Grado en Ingeniería de los Recursos Mineros / Energéticos

Álgebra lineal y geometría

Tema 4: Espacio Euclídeo

Última modificación: 30 de octubre de 2023

4.1 Comprobar si los siguientes vectores son ortogonales:

a) (1,0,0,3,4) y (1,2,3,1-1) en $\mathbb{R}^5$ con el producto escalar usual.
b) (3,3,1) y (-1,1,-1) en $\mathbb{R}^3$ con el producto escalar $(a,b,c)\cdot(a',b',c') = aa' + 2bb' + 3cc'$.
c) $f(x) = x$ y $g(x) = x+1$ en el espacio de las funciones continuas en el intervalo [0,1] con el producto escalar:$f \cdot g = \int_0^1 f(x)\cdot g(x)dx$

4.2 Normalizar el vector $\vec{v} = (2,1,3,-2)$ en $\mathbb{R}^4$:

a) con el producto escalar usual.
b) con el producto escalar $(a,b,c,d)\cdot(a',b',c',d') = aa' + bb' + 2cc' + 2dd'$

4.3 En el espacio de las funciones continuas en el intervalo [0,1] con el producto escalar:$f \cdot g = \int_0^1 f(x)\cdot g(x)dx$ normalizar $f(x) = x^2$.

4.4 Comprobar si S y T son subespacios ortogonales en $\mathbb{R}^4$, siendo $\{(-3,-3,0,1),(1,0,2,0)\}$ base de S y $\{(0,1,0,3),(1,1,-1,6)\}$ base de T.

4.5 Hallar en $\mathbb{R}^3$ una base del complemento ortogonal de los siguientes subespacios:

a) S generado por $\{(1,0,2)\}$.
b) T generado por $\{(1,0,2),(1,1,1)\}$

4.6 Dado el vector $\vec{v} = (0,3,2)$, hallar su proyección ortogonal sobre los siguientes subespacios.

a) sobre la recta generada por el vector $(1,2,1)$.
b) sobre el plano P generado por $\{(1,2,1),(0,-1,2)\}$.

4.7 Hallar una base ortonormal del plano S generado por $\vec{u} = (0,1,0)$ y $\vec{v} = (3,2,1)$ en $\mathbb{R}^3$ y la proyección del vector $\vec{w} = (1,1,0)$ sobre S.

4.8 Dado el subespacio S generado por (1,0,-1,1) y (0,2,0,3) en $\mathbb{R}^4$:

a) hallar su matriz de proyección.
b) proyectar el vector $\vec{v} = (0,0,0,5)$ sobre S.

4.9 Dado el siguiente sistema, a) comprobar que es incompatible, b) resolverlo por mínimos cuadrados y c) hallar el error cuadrático.

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+y & = & 4 \\ x-y & = & 3 \\ x+3y & = & 7 \end{array}\right.$$

4.10 Un ingeniero ha tomado los siguientes datos experimentales relativos a la medida de la intensidad de corriente que atraviesa un hilo conductor para distintos voltajes:

x=voltaje (V)	2	5	7	9
y= intensidad (A)	6	7.9	8.5	11.2

Calcular el mejor ajuste a los datos con a) una recta, b) una función cuadrática, c) con una función exponencial ($y = Ae^{Bx}$) y estimar los errores cuadráticos. Comparar los resultados que arrojan los ajustes cuando el voltaje es 7V.

4.11 En el espacio de las funciones continuas en el intervalo [0,2] con el producto escalar:$f \cdot g = \int_0^2 f(x)\cdot g(x)dx$ hallar la mejor aproximación de la función $f(x) = 2x+1$ en el subespacio generado por la función $g(x) = x$ y estimar el error cometido.