

Apellidos:

Nombre:

Nº:

IMPORTANTE: Todas las respuestas deben ser **razonadas** en el espacio disponible. Debe usarse bolígrafo azul o negro, **no se corregirán resultados a lápiz**.

1. (1 puntos) Razonar si el subconjunto H formado por las matrices de la forma $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ con los parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$, es un subespacio vectorial de las matrices cuadradas de orden 2 reales.

2. (1 puntos) Hallar el parámetro $p \in \mathbb{R}$ para que el vector $\vec{w} = (1, 2, -2, 0)$ de \mathbb{R}^4 pertenezca al subespacio S generado por $\langle (1, 0, 2, 1), (1, p, 0, 1) \rangle$.

3. (1 punto) Sean $f(x) = x$, $g(x) = ax^2 + b$ elementos del espacio vectorial de funciones continuas en el intervalo $[0, 1]$ en el que se define el producto escalar $f \cdot g = \int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$. Hallar la relación entre a y b para que $f(x)$ y $g(x)$ sean ortogonales.

4. (1.5 puntos) Determinar la recta que mejor aproxima a los siguientes puntos mediante el método de mínimos cuadrados y calcular el error cuadrático cometido: $(1, -1), (1, 2), (2, 0)$.

5. (0.25+0.5+0.5+0.5+0.5+0.5+0.25=3 puntos) Sea S el subespacio de \mathbb{R}^4 cuya forma paramétrica es $\{(-\alpha + \beta, 2\gamma + \beta - \alpha, \gamma + \delta, -\delta)\}$ y T el subespacio de \mathbb{R}^4 dado por $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / -x + y + 2z = 0, \quad x - z + t = 0\}$

- a) Deduce la dimensión de T sin calcular la base correspondiente.
- b) Halla una base y la dimensión de S .
- c) Halla la forma implícita de S .
- d) Halla una base y la dimensión de T .
- e) Una base y la dimensión de $S + T$.
- f) Una base y la dimensión de $S \cap T$
- g) Razonar si ambos subespacios están en suma directa. ¿Pueden ser suplementarios?



6. (1.25+0.5+0.25+0.25+0.25=2.5 puntos)

- a) Calcula la proyección ortogonal del vector $\vec{v} = (2, -1, 4)$ sobre el subespacio T generado por $\langle (1, 1, 2), (2, -1, 1), (-4, 5, 1) \rangle$.
- b) Calcula una base de T^\perp .
- c) Calcula la proyección de \vec{v} sobre T^\perp .
- d) Calcula el vector simétrico de \vec{v} respecto a T .
- e) Halla el área del triángulo definido por \vec{v} y su simétrico.

