Grado en Ingeniería de los Recursos Mineros / Energéticos

Álgebra lineal y geometría

Examen Bloque 2 - Convocatoria Extraordinaria (1 de Febrero de 2024)

Apellidos: Nombre: N°:

IMPORTANTE: Todas las respuestas deben ser **razonadas** en el espacio disponible. Debe usarse bolígrafo azul o negro, **no se corregirán resultados a lápiz**.

1. (0.5 puntos) Considerar el conjunto de vectores $< (1,-1,-2),(2,-1,-1),(-1,0,k) >$ con $k \in \mathbb{R}$. ¿Existe algún valor de k para que este conjunto forme una base de $\mathbb{R}^3$?

2. (1 puntos) Para el producto escalar definido de la siguiente manera para el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 2: $(ax^2+bx+c)\cdot(a'x^2+b'x+c') = aa'+bb'+cc'$:

   a) Hallar el valor de b para el cual los siguientes polinomios son ortogonales: $p(x) = 2x^2+4x-1$, $q(x) = x^2+bx+2$

   b) Considerando el apartado anterior, hallar la distancia entre $p(x)$ y $q(x)$.

3. (1.5 puntos) Sea en $\mathbb{R}^3$ el subespacio $S \equiv \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x-y+z=0\}$. ¿Para qué valor de k el vector $(-7,k,-7)$ pertenece a $S^{\perp}$?

4. (1.5 puntos) Dada la base $B \equiv \{(1,0,0,0),(1,1,0,0),(1,1,1,0),(1,1,1,1)\}$ en $\mathbb{R}^4$.

   a) Hallar la matriz de cambio de base de la base canónica a B.

   b) Hallar las coordenadas del vector $\vec{v} = (5,4,2,1)$ en B.

5. (0.5+0.25+1+0.25+0.5=2.5 puntos) Considerando el subespacio U de $\mathbb{R}^3$ dado por la ecuación implícita $x+y=0$, se pide:

   a) Una base de U.

   b) Ortonormalizar la base de U.

   c) La matriz de proyección sobre U que generan los vectores de la base del apartado a).

   d) El vector de U más cercano a $\vec{v} = (1,0,0)$.

   e) Un subespacio complementario a U.

6. (1+1+1=3 puntos) Sean en $\mathbb{R}^5$ los subespacios $U \equiv \{(\alpha,\beta,\gamma,\alpha,\beta)/\alpha,\beta,\gamma \in \mathbb{R}\}$ y $V \equiv \{(\lambda,\mu,\nu,\mu,\lambda)/\lambda,\mu,\nu \in \mathbb{R}\}$. Se pide:

   a) Halla una base, la dimensión y forma implícita de U y V.

   b) Halla una base, la dimensión, la forma implícita y la forma paramétrica de $S \cap T$.

   c) Halla una base, la dimensión, la forma implícita y la forma paramétrica de $S + T$