

Apellidos:

Nombre:

Nº:

**IMPORTANTE:** Todas las respuestas deben ser **razonadas** en el espacio disponible. Debe usarse bolígrafo azul o negro, **no se corregirán resultados a lápiz**.

1. (1 punto) Clasificar la siguiente aplicación lineal en función del parámetro  $k \in \mathbb{R}$ :

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) \rightsquigarrow (y - z, x + ky + z, 2x + kz)$$

2. (0.5 puntos)  $A$  es una matriz diagonalizable de orden 3 cuyo determinante vale 18. Se sabe que uno de sus valores propios es 2 y que la dimensión de uno de sus subespacios propios es 2. ¿Cuáles son sus valores propios?
3. (1.25 puntos) Dada la matriz  $A$  con  $a \in \mathbb{R}$ . ¿Existe algún valor de  $a$  para el cual  $A$  es diagonalizable? En caso afirmativo, escribir la matriz diagonal semejante del endomorfismo.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ a+4 & -2 & 0 \\ 0 & a & 2 \end{pmatrix}$$

4. (1 punto) Hallar la imagen del vector  $\vec{v} = (5, -10)$  tras la reflexión respecto a la recta  $y = -\frac{1}{2}x$
5. (0.25+0.5+0.5+0.5+0.25+0.5+0.75=3.25 puntos) Considerar la aplicación lineal  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $f(\vec{e}_1) = (1, 2)$ ,  $f(\vec{e}_2) = (-3, 0)$ ,  $f(\vec{e}_3) = (-2, 1)$ , donde  $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  es la base canónica en  $\mathbb{R}^3$ .
- Hallar la matriz de la aplicación en bases canónicas.
  - Hallar las ecuaciones de la aplicación.
  - Dar una base y la dimensión del núcleo de  $f$ .
  - Dar una base y la dimensión de la imagen de  $f$ .
  - Clasificar la aplicación  $f$ .
  - Hallar los vectores de  $\mathbb{R}^3$  tales que su imagen es el vector  $(3, -3)$ .
  - Hallar la matriz de la aplicación en la base  $B = \{(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)\}$  de  $\mathbb{R}^3$  y la base canónica de  $\mathbb{R}^2$ .
6. (1.5+0.25+0.25+0.25+0.5+0.25=3 puntos) Considerar la aplicación lineal:

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) \mapsto (-2x + 4y + 5z, -3x + 5y + 5z, z)$$

Se pide:

- Calcular sus valores y vectores propios. Comprobar el resultado.
- Dar la base  $\mathbb{R}^3$  en la cual la matriz de la aplicación es diagonal.
- Diagonalizar el endomorfismo.
- Estudiar la relación entre la matriz diagonal y la matriz en bases canónicas.
- Usando los apartados anteriores, calcular  $A^{27}$ , donde  $A$  es la matriz de la aplicación en bases canónicas.
- Razonar la relación entre la traza de la matriz  $A$  y de la matriz diagonal.