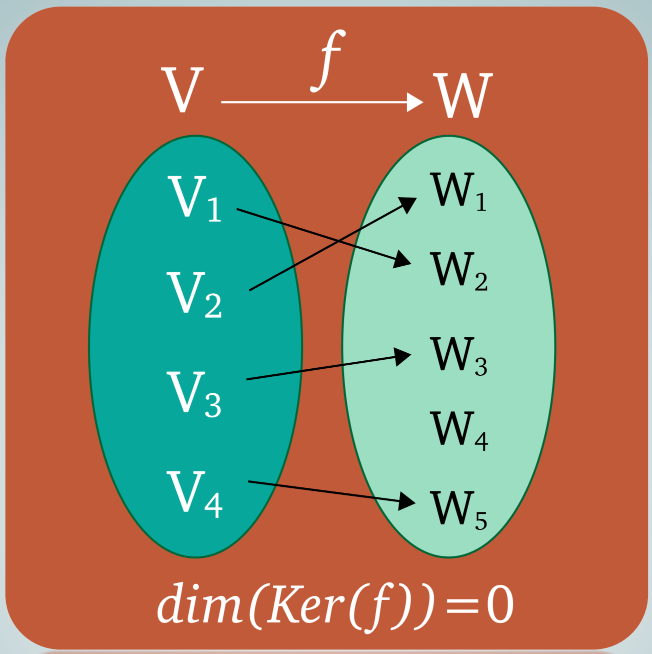
Álgebra

Práctica 3. Determinantes, inversas, forma escalonada reducida, rango y uso de variables simbólicas



Rodrigo García Manzanas
Neila Campos González
Ana Casanueva Vicente

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Grado en Ingeniería Química

G320: Álgebra

Práctica 3: Determinantes, inversas, forma escalonada reducida, rango y uso de variables simbólicas

Rodrigo García Manzanas (rodrigo.manzanas@unican.es)

Objetivos

- Afianzar el manejo básico de matrices y el trabajo con variables simbólicas
- Introducir el cálculo de la forma escalonada reducida por filas y del rango

Nuevas funciones importantes para el trabajo con matrices

Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

```
A = [2 1 0 0; 1 4 1 0; 0 1 4 1; 0 0 1 2];  % defino la matriz A
```

- Obtención de la forma escalonada *reducida* por filas

```
[Ared, cp] = rref(A)  % Ared es la forma reducida por filas (en este caso la
```

```
Ared = 4×4
     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1
cp = 1×4
     1     2     3     4
```

```
% matriz identidad), cp los índices que identifican las columnas pivotales
length(cp)  % rango = número de columnas pivotales
```

```
ans = 4
```

- Cálculo del rango

```
rank(A)  % la función rank devuelve directamente el rango de la matriz
```

```
ans = 4
```

- Factorización LU

```
[L, U] = lu(A)  % L es la matriz triangular unitaria inferior y
```

```
L = 4×4
    1.0000         0         0         0
    0.5000    1.0000         0         0
         0    0.2857    1.0000         0
         0         0    0.2692    1.0000
U = 4×4
    2.0000    1.0000         0         0
         0    3.5000    1.0000         0
         0         0    3.7143    1.0000
         0         0         0    1.7308
```

```
% U la triangular superior que buscamos
```

Ejercicios propuestos

Ejercicio 1:

Calcula el rango de la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 0 & 2 \\ -2 & 6 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & 6 & -10 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 10 & 1 & 8 \end{bmatrix}$

- Apoyándote en la función *rref*
- Directamente con la función *rank*

Ejercicio 2 :

Determina todas las matrices *A* reales de orden 2 triangulares superiores (no diagonales) tales que $A^2 = I$. Comprueba que el resultado que has obtenido es correcto.

Ejercicio 3:

Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Halla todas las matrices reales *B* de orden 2 que sean conmutables con *A*. Comprueba, para algún ejemplo concreto, que el resultado que has obtenido es correcto.

Ejercicio 4:

Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$. Sabiendo que $D = ABC = \begin{bmatrix} 11 & 17 \\ 17 & 1 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$, calcula la matriz *C*. Comprueba que el resultado que has obtenido es correcto.

Ejercicio 5:

Halla la matriz*A* sabiendo que $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ y $(\mathrm{AB})^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 6 \end{bmatrix}$. Comprueba que el resultado que has obtenido es correcto.

Ejercicio 6:

Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & 2 & a \end{bmatrix}$, con $a \in \mathbb{R}$. Halla su rango en función del parámetro *a*.