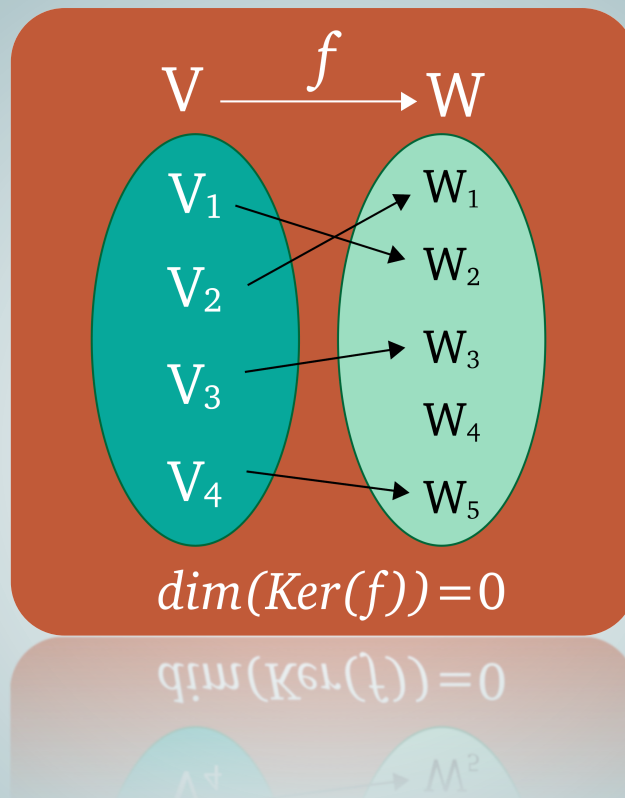


Álgebra

Problemas Tema 2. Sistemas de ecuaciones lineales



Rodrigo García Manzanas
Neila Campos González
Ana Casanueva Vicente

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

G320: Álgebra

Tema 2: Sistemas de ecuaciones lineales

1) Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de Cramer:

a)

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + y - z = 2 \\ 4x - 2y + z = 3 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ -3x + 4y + 5z = 0 \\ -x - 7y + 8z = 0 \end{cases}$$

Solución:

a) $x = 1, y = 2, z = 3$

b) $x = 0, y = 0, z = 0$

2) Resuelve los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)

$$\begin{cases} x + y + z + t = 7 \\ x + y + 2t = 8 \\ 2x + 2y + 3z = 10 \\ -x - y - 2z + 2t = 0 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + y + z + t = 7 \\ x + y + 2t = 5 \\ 2x + 2y + 3z = 10 \\ -x - y - 2z + 2t = 0 \end{cases}$$

Solución:

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) Sistema incompatible

3) Resuelve los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)

$$\begin{cases} 3x + 5y - 4z = 0 \\ -3x - 2y + 4z = 0 \\ 6x + y - 8z = 0 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 3x + 5y - 4z = 7 \\ -3x - 2y + 4z = -1 \\ 6x + y - 8z = -4 \end{cases}$$

Solución:

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 4/3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 4/3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

4) Resuelve los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)

$$\begin{cases} 3y - 6z + 6t + 4p = -5 \\ 3x - 7y + 8z - 5t + 8p = 9 \\ 3x - 9y + 12z - 9t + 6p = 15 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 3y - 6z + 6t + 4p = 0 \\ 3x - 7y + 8z - 5t + 8p = 0 \\ 3x - 9y + 12z - 9t + 6p = 0 \end{cases}$$

Solución:

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ p \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -24 \\ -7 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ p \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

5) Clasifica el siguiente sistema lineal en función del parámetro a :

$$\begin{cases} -x - 2y + az = a \\ 2x - ay + 2z = -2 \\ x + 2y + 4z = 3 \end{cases}$$

Solución:

Si $a = -4 \Rightarrow$ sist. incompatible

Si $a \neq -4 \Rightarrow$ sist. compatible determinado

6) Clasifica en función del parámetro a el sistema lineal de matriz ampliada:

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & a & 3 \\ 1 & 1 & a & a \end{array} \right)$$

Solución:

Si $a = \{1, 3\} \Rightarrow$ sist. compatible determinado

Si $a \neq \{1, 3\} \Rightarrow$ sist. incompatible

7) Determina los valores de k para que el siguiente sistema tenga: i) una solución única, ii) ninguna solución, iii) infinitas soluciones.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + kz = 3 \\ x + ky + 3z = 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $k = -3 \Rightarrow$ sist. incompatible

Si $k = 2 \Rightarrow$ sist. compatible indeterminado

Si $k \neq \{-3, 2\} \Rightarrow$ sist. compatible determinado

8) Determina la condición que debe imponerse a a , b y c para que el siguiente sistema tenga solución:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2x + 6y - 11z = b \\ x - 2y + 7z = c \end{cases}$$

Solución:

$$2b - 5a + c = 0$$

9) Determina si las siguientes rectas tienen un punto de intersección común: $2x + 3y = -1$, $6x + 5y = 0$ y $2x - 5y = 7$. En caso afirmativo obtén las coordenadas de dicho punto.

Solución:

Las dos rectas no intersectan

10) Resuelve el siguiente sistema utilizando el método de la factorización LU:

$$\begin{cases} x - 3z = -2 \\ 2x + 3y - 6z = -1 \\ 4x + 6y - 11z = -1 \end{cases}$$

Solución:

$$x = 1, y = 1, z = 1$$