



Tema 3. Problemas propuestos*

3.1¹ El 60 por ciento de las pólizas que suscribe al mes una compañía de seguros corresponde a seguros de vida. Se eligen 10 pólizas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellas correspondan a seguros de vida?

3.2 En la fabricación de ciertas piezas metálicas se producen desperfectos que se distribuyen aleatoriamente por su superficie. El número de desperfectos por pieza, X , es una variable aleatoria con distribución de Poisson de parámetro 2.

- a) ¿Qué porcentaje de piezas no tienen ningún defecto?
- b) Se eligen al azar 10 piezas de la cadena de montaje. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellas no tengan ningún defecto?
- c) Se toman piezas de la cadena de montaje hasta obtener una pieza sin defecto. ¿Cuál es la probabilidad de que haya que tomar 4 piezas?
- d) Se toman piezas de la cadena de montaje hasta obtener 6 piezas sin defecto. ¿Cuál es la probabilidad de que haya que tomar 14 piezas?

3.3 El número de compradores diarios en un cierto establecimiento es una variable aleatoria de Poisson de parámetro 3.

- a) Calcúlese el porcentaje de días en los que al menos hay un comprador.
- b) Hállese la probabilidad de que una semana (6 días) solo haya un día con un único comprador.

3.4 Las galletas Gruñón están de oferta. El 0,5 % de sus paquetes contiene como premio directo un viaje al Caribe.

- a) Una persona adquiere 10 paquetes. ¿Qué probabilidad tiene de obtener algún paquete premiado?
- b) Un individuo compra paquetes de galletas hasta obtener un paquete con premio. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que comprar 15 paquetes?

3.5 Por falta de espacio, el comercio del Problema 3.3 dispone semanalmente de 4 unidades de cierto artículo. El comportamiento probabilístico de la demanda semanal de este artículo es

X	0	1	2	3	4
$p[X = x]$	0,1	0,3	0,3	0,07	0,03

El dueño del establecimiento ha decidido que ampliará el local en el momento en que en una semana pierda alguna venta por no haber podido disponer de suficientes existencias. ¿Cuál es la probabilidad de que esto ocurra en la séptima semana?

3.6² La cotización en Bolsa de un cierto título se distribuye normalmente con parámetros desconocidos. No obstante, se sabe que solo en el 2,5 % de los casos la cotización supera el índice 400 y que en el 50 % no llega a superarse el índice 380. De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es la probabilidad de que en un cierto momento la cotización esté entre 385 y 395?

* Problemas extraídos de Guijarro, M. y Gutiérrez, D. (2024). Estadística II: esquemas de la asignatura. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad de Cantabria.

1. Problema extraído de Castillo, I. y Guijarro, M. (2005). *Estadística descriptiva y cálculo de probabilidades*. Pearson Educación.
2. Problema de Fernández-Abascal, H., Guijarro, M., Rojo, J. L. y Sanz, J. A. (1995). *Ejercicios de Cálculo de Probabilidades*. Ariel Matemática.

3.7³ Los ingresos mensuales, en miles de euros, de los individuos de una región siguen una distribución logarítmico-normal de parámetros $\mu = 3$ y $\sigma = 2$. ¿Qué porcentaje de individuos tiene unos ingresos comprendidos 4 mil y 5 mil euros?

3.8⁴ Una fábrica utiliza dos métodos para la producción de bombillas: el 70 por ciento por el método A y el resto por el método B. La duración, en horas, de las bombillas sigue una distribución exponencial negativa de parámetros $1/80$ para el método A y $1/100$ para el método B. Si se toman 10 bombillas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 6 de ellas duren al menos 90 horas?

3.9 La distribución de la renta anual, en miles de euros, X , de los individuos de un cierto país es $F_X(x) = 1 - (x_0/x)^2$ cuando $x \geq x_0$. Obténgase el valor del parámetro x_0 , sabiendo que el 36 por ciento de las rentas anuales son inferiores a 10 mil euros.

3.10 La empresa de electrodomésticos Electrolujo tiene tres modelos de frigoríficos que fabrica en porcentajes del 30, 45 y 25, respectivamente. El tiempo, en años, de correcto funcionamiento de un frigorífico desde que se adquiere hasta que se produce la primera avería es una variable aleatoria con distribución exponencial negativa de media dos años para los de tipo I y de medias tres y un año, para los tipos II y III, respectivamente. Un cliente ha comprado un frigorífico de la marca Electrolujo, ¿cuál es la probabilidad de que la primera avería se produzca antes de los cuatro años de compra?

3.11 Una empresa encargada del servicio técnico y de la distribución oficial de una conocida marca de coches tiene en su plantilla un 20 % de técnicos, un 30 % de administrativos y el resto de operarios. Los ingresos mensuales, en miles de unidades monetarias, de las tres categorías de trabajadores siguen distribuciones logarítmico-normales de parámetros μ igual a 6, 5 y 4, y σ igual a 0,5, 0,3 y 0,2, respectivamente. ¿Qué porcentaje de trabajadores de la empresa tiene unos ingresos mensuales inferiores a 150 mil unidades monetarias?

3.12 La renta mensual, en miles de unidades monetarias, X , y el gasto mensual en tabaco, también en miles de unidades monetarias, Y , de las personas de un cierto país son variables aleatorias independientes con distribuciones logarítmico-normales de parámetros μ igual a 3 y 0,9 y σ igual a 2 y 0,6, respectivamente. Si un individuo tiene una renta mensual de 130 mil unidades monetarias, ¿cuál es la probabilidad de que su gasto mensual en tabaco sea superior a 4 mil unidades monetarias?

3.13 Un estudio de mercado indica que la proporción de personas que compran un determinado producto en la semana posterior a ver su anuncio por televisión es una variable aleatoria con distribución beta de parámetros $p = 3$ y $q = 2$.

- a) Hállese la probabilidad de que, después de una campaña publicitaria en televisión del citado producto, el porcentaje de personas que, tras ver el anuncio, compren el producto en la semana posterior sea superior al 80 %.
- b) Calcúlese la probabilidad de que la proporción de personas que compran el producto dentro de la semana posterior a ver su emisión es inferior a la proporción media.

3. *Ibid.*

4. *Ibid.*

3.14 La proporción de jóvenes que juegan habitualmente al baloncesto, X , y la de los que practican atletismo, Y , en un grupo de ciudades tiene la siguiente distribución:

$$f(x, y) = \begin{cases} 24 \cdot x \cdot y & x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

De entre las ciudades en las que se ha realizado el análisis, se eligen 10 al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente en 3 de ellas la proporción de jugadores de baloncesto sea superior a 0,3?

3.15 Sea X una variable aleatoria con $F(x) = 1 - e^{-2 \cdot x}$, cuando $x > 0$. Demuéstrese que $p[X > 5/X > 2] = p[X > 3]$. ¿Qué nombre recibe esta propiedad?

3.16⁵ Se quiere estudiar la renta mensual, X , y el consumo en alimentación, Y , de las familias de un cierto país. El consumo mensual en alimentación, en miles de euros, de las familias con una cantidad x de renta, se distribuye según la siguiente función de densidad:

$$f_{Y/X=x}(y) = \begin{cases} 8 \cdot \frac{y}{x^2} & 0 < y < \frac{x}{2} \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Por su parte, la renta mensual, X , expresada en las mismas unidades, es una variable aleatoria cuya función de densidad es

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot e^{-x} & 0 < x < \infty \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

- Hállese la renta mensual esperada de una familia. Obténgase una medida de dispersión de las rentas familiares.
- Si una familia tiene unos ingresos mensuales de 2500 euros, ¿cuál es la cantidad esperada que dedica a alimentación?
- ¿Cuál es el consumo en alimentación esperado de una familia? Obténgase una medida de dispersión de los consumos en alimentación de las familias.

3.17 El número de averías que repara diariamente una empresa de mantenimiento de electrodomésticos de una pequeña ciudad, X , es una variable aleatoria con distribución

Nº de averías	0	1	2	3
Probabilidad	0,05	0,35	0,45	0,15

Se considera un periodo de 7 días. Hállese la probabilidad de que exactamente en dos de ellos se reparen más de dos averías.

3.18 El número de clientes, en miles, que una empresa de telefonía capta diariamente, X , tiene la siguiente distribución:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

Se considera un periodo de un mes (30 días). Calcúlese la probabilidad de que exactamente en 20 de ellos la empresa capte entre 1800 y 1900 clientes.

5. Problema adaptado de Fernández-Abascal, H., Guijarro, M., Rojo, J. L. y Sanz, J. A. (1995). *Ejercicios de Cálculo de Probabilidades*. Ariel Matemática.