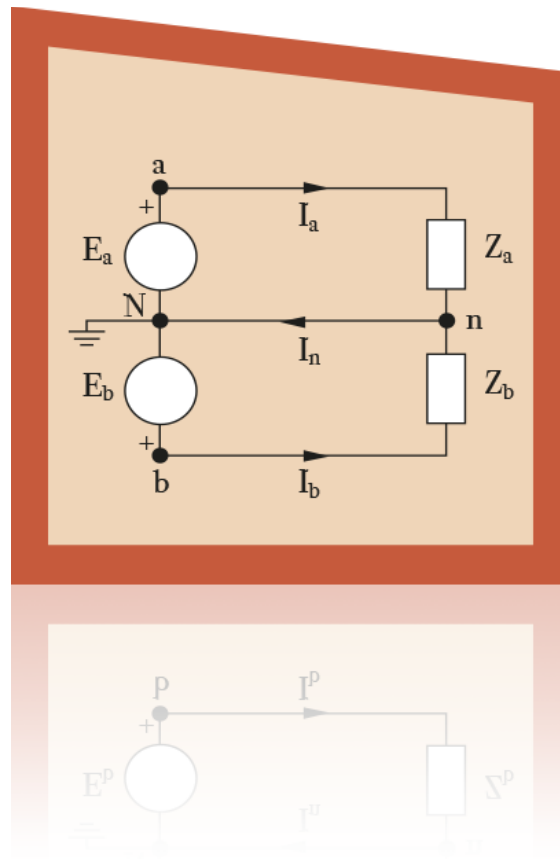


Teoría de Circuitos I

Tema 1. Polifásica I. Generalidades



Profesores

Alberto Arroyo Gutiérrez

Pablo Benavente Rico

Eugenio Sainz Ortiz

Sergio Bustamante Sánchez

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Luis Vejo Fernández

Departamento de Transportes y Tecnología de Proyectos y Procesos

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

TEORÍA DE CIRCUITOS I. 2º Curso.

Tema 1:

SISTEMAS POLIFÁSICOS

1. Generalidades.
2. Sistemas bifásicos.
3. Sistemas trifásicos.
4. Conexión de fuentes trifásicas.
5. Conexión entre fuentes y cargas.
6. Análisis de los circuitos en estrella.
7. Análisis de los circuitos en triángulo.
8. Circuito trifásico con cargas múltiples.
9. Sistema tetrafásico equilibrado en tensiones.
10. Sistema exafásico equilibrado en tensiones.
11. Circuitos equivalentes de redes con tres terminales.
12. Transformación de fuentes trifásicas.

SISTEMAS POLIFÁSICOS

1. GENERALIDADES

Así como un alternador monofásico genera una tensión alterna al girar una bobina en el seno de un campo magnético, cuando el número de bobinas se incrementa, se produce más de una onda sinusoidal, resultando un generador polifásico.

Recibe el nombre de **Sistema Polifásico** el conjunto formado por varias tensiones alternas monofásicas (fases) de igual frecuencia. Según el número de fases, estos sistemas pueden ser bifásicos, de dos fases; trifásicos, con tres; tetrafásicos, de cuatro; exafásicos, de seis y, en general, q-fásicos siendo q el número de fases.

Un sistema polifásico es llamado de **sucesión directa de fases**, si un observador situado en un punto M (figura 1(a)), viese pasar los fasores - vectores giratorios representativos de las magnitudes del circuito- en la secuencia a, b, c (1, 2, 3); se dice de **secuencia inversa**, cuando el giro de los fasores se produce en la sucesión c, b, a (3, 2, 1) (figura 1(b)). La sucesión de fases directa también se denomina positiva y la inversa, negativa.

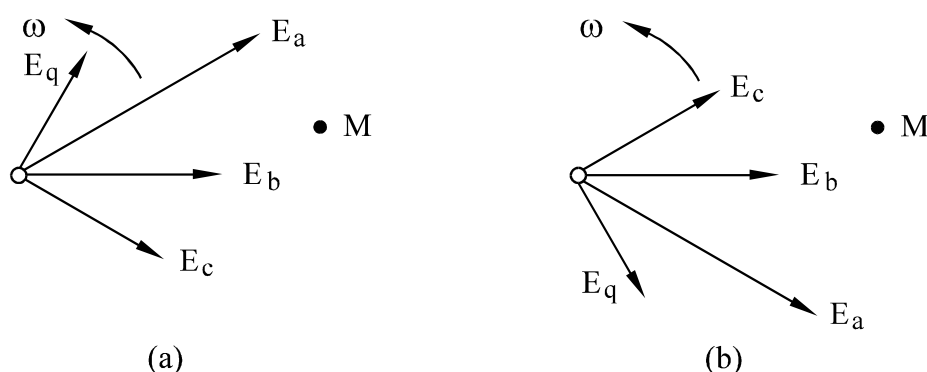


Figura 1. Sucesión de fases: (a) Directa. (b) Inversa.

Un sistema polifásico está **equilibrado en tensiones**, cuando los valores eficaces de las tensiones que lo originan son iguales entre sí y el desfase, entre las consecutivas, es de $360^\circ/q$ ó $2\pi/q$ radianes, siendo q el

número de fases del sistema polifásico, excepto en el circuito bifásico que es 90° . Por tanto, en una red trifásica equilibrada en tensiones, el desfase entre las mismas es de 120° o $2\pi/3$ radianes. De hecho, en condiciones normales de funcionamiento, las compañías eléctricas suministran sistemas polifásicos equilibrados en tensiones.

Un sistema polifásico está **equilibrado en intensidades** -o simplemente **equilibrado**-, cuando son iguales los valores eficaces de las corrientes de todas sus fases y presentan idéntico ángulo de desfase con su respectiva tensión. En general, un sistema polifásico está equilibrado en intensidades cuando está equilibrado en tensiones y la carga, en cada fase, tiene una impedancia compleja idéntica.

En este capítulo se tratarán, especialmente, los sistemas trifásicos, ya que son los más utilizados, tanto en generación, como en transporte y distribución de la energía eléctrica.

2. SISTEMAS BIFÁSICOS

2.1. Sistema bifásico a tres y cuatro hilos

Los sistemas monofásicos, representados en la figura 2 (a), constituyen un sistema bifásico a cuatro hilos. Si el conductor de retorno es común, resulta el sistema bifásico a tres hilos, indicado en la figura 2 (b). La tensión entre los puntos *a* y *b*, se obtiene aplicando la 2ª Ley de Kirchhoff:

$$\bar{V}_{ab} = \bar{E}_a - \bar{E}_b \quad (2.1)$$

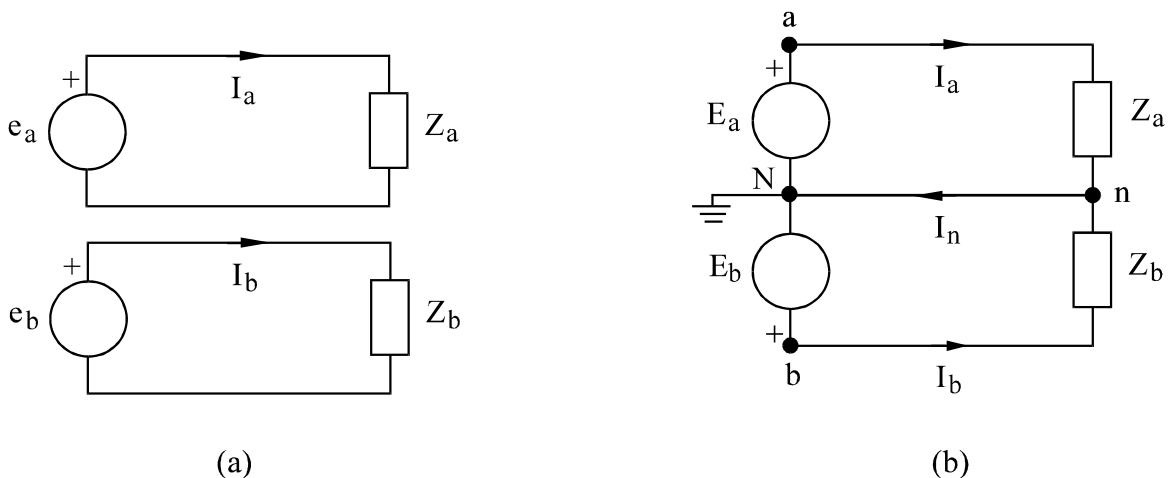


Figura 2. (a) Sistema bifásico a cuatro hilos. (b) Sistema bifásico a tres hilos con impedancia de neutro nula.

Las corrientes de fase, resultan:

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{E}_a}{\bar{Z}_a} \quad (2.2)$$

$$\bar{I}_b = \frac{\bar{E}_b}{\bar{Z}_b}$$

Aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff, se calcula la corriente de neutro:

$$\bar{I}_n = \bar{I}_a + \bar{I}_b$$

El diagrama fasorial, supuesto el sistema generador desequilibrado, se representa en la figura 3.

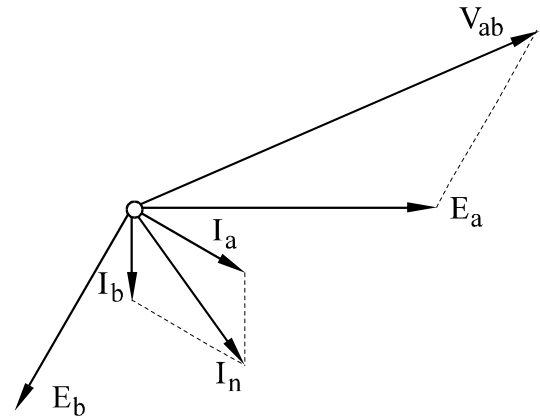


Figura 3. Diagrama fasorial de un circuito bifásico desequilibrado.

2.2. Sistema bifásico a tres hilos con impedancia de neutro

Si la impedancia del neutro no fuera despreciable, figura 4, se resolvería aplicando el método de tensión de nudos:

$$(\bar{Y}_a + \bar{Y}_b + \bar{Y}_n) \bar{V}_n = \bar{E}_a \bar{Y}_a + \bar{E}_b \bar{Y}_b \quad (2.3)$$

Por tanto:

$$\bar{V}_n = \frac{\bar{E}_a \bar{Y}_a + \bar{E}_b \bar{Y}_b}{\bar{Y}_a + \bar{Y}_b + \bar{Y}_n} \quad (2.4)$$

También, si se aplica el método de intensidades de mallas, resulta:

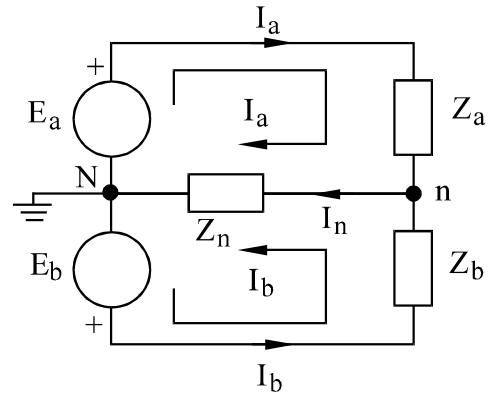


Figura 4. Circuito bifásico a tres hilos con impedancia de neutro.

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_a + \bar{Z}_n & \bar{Z}_n \\ \bar{Z}_n & \bar{Z}_b + \bar{Z}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_a \\ \bar{E}_b \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Si el circuito está equilibrado, y es de secuencia directa, se cumple:

$$\begin{aligned}\bar{E}_a &= E \angle 0^\circ & , & & \bar{E}_b &= E \angle -90^\circ , \\ I_a &= I_b = I & , & & \varphi_a &= \varphi_b = \varphi ,\end{aligned}$$

Por tanto,

$$\bar{V}_{ab} = \sqrt{2} E \angle 45^\circ \quad (2.6)$$

$$\bar{I}_n = \sqrt{2} I \angle -45^\circ - \varphi \quad (2.7)$$

La figura 5, muestra el diagrama fasorial. Nótese que éste es el único sistema polifásico en el que, siendo equilibrado, la corriente de neutro no es nula.

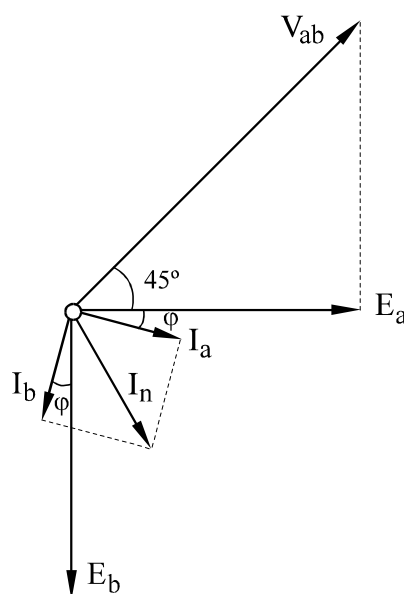


Figura 5. Diagrama fasorial de un circuito bifásico equilibrado.

3. SISTEMAS TRIFÁSICOS

Se denomina **sistema trifásico** al formado por tres circuitos monofásicos de igual frecuencia. Normalmente, estas tres tensiones sinusoidales son iguales en módulo -ya que se producen en la misma máquina, alternador trifásico- y desfasadas $360^\circ/3 = 120^\circ$. Las redes trifásicas presentan una serie de **ventajas** sobre las monofásicas, entre ellas pueden destacarse:

- P**ermiten obtener tensiones de valores eficaces y desfases diferentes.
- L**a potencia instantánea de una red trifásica equilibrada resulta constante, mientras que en una red monofásica es función del tiempo.
- U**n generador trifásico de igual volumen y precio que un generador monofásico, suministra, aproximadamente, un 50 % más de potencia.
- A** igualdad de potencia transportada y de energía perdida en la línea, las líneas trifásicas suponen un 25 % de ahorro en peso de cobre frente a las monofásicas.
- E**l arranque de motores asíncronos trifásicos resulta directo, lo que no sucede en los monofásicos que precisan de algún mecanismo de arranque; en los primeros el par motor es uniforme, mientras que es pulsante en los segundos.

- f) Las redes trifásicas son más adecuadas que las monofásicas, en la conversión de corriente alterna en continua -rectificación-, al presentar un menor factor de rizado.

De la definición deducimos la representación temporal de estos sistemas, que corresponden a la figura 6.

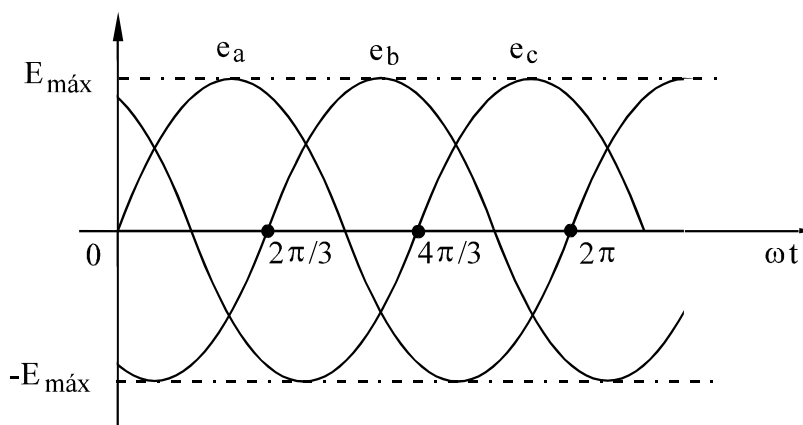


Figura 6. Representación temporal de las f.e.e.mm. de un sistema trifásico.

Los valores instantáneos -o temporales- de las tensiones, tienen las expresiones:

$$\begin{aligned} e_a &= \sqrt{2} E \sen \omega t \\ e_b &= \sqrt{2} E \sen (\omega t - 120^\circ) \\ e_c &= \sqrt{2} E \sen (\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (3.1)$$

siendo su correspondiente forma fasorial:

$$\begin{aligned} \overline{E}_a &= E \angle 0^\circ \\ \overline{E}_b &= E \angle -120^\circ \\ \overline{E}_c &= E \angle 120^\circ \end{aligned} \quad (3.2)$$

En lo sucesivo, un alternador, se representará -como se muestra en la figura 7 (a)-, por medio de tres fuentes ideales de tensión; en la figura 7 (b), se representa el diagrama fasorial de un alternador trifásico equilibrado.

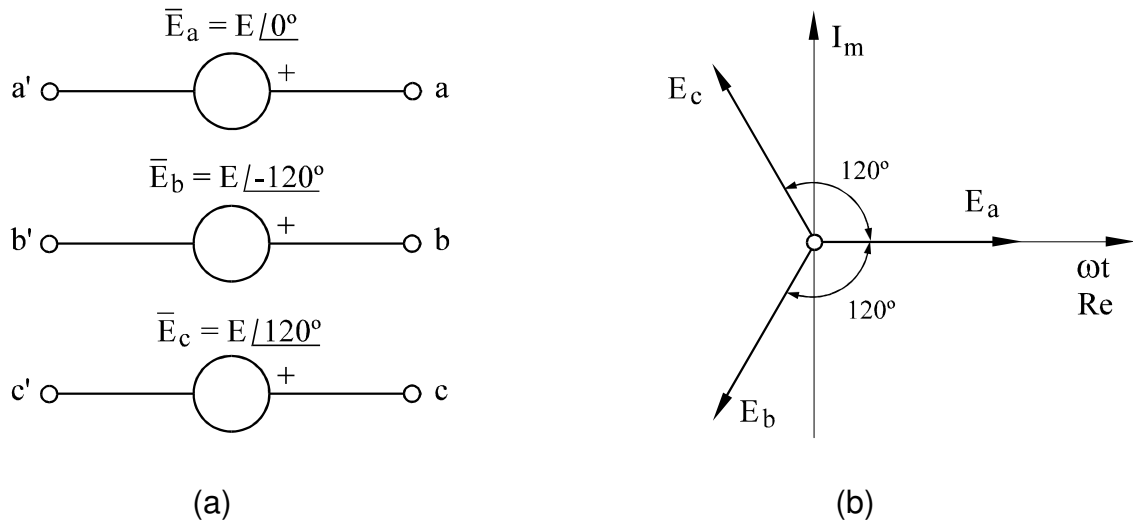


Figura 7. Alternador trifásico ideal equilibrado. (a) Circuito equivalente. (b) Diagrama fasorial.

En todo sistema trifásico equilibrado en tensiones, como el descrito, se verifica que, en cualquier instante, la suma de sus tres tensiones es, igual a cero.

$$e_a + e_b + e_c = 0 \quad (3.3)$$

o, en forma fasorial:

$$\bar{E}_a + \bar{E}_b + \bar{E}_c = 0 \quad (3.4)$$

4. CONEXIÓN DE FUENTES TRIFÁSICAS: ESTRELLA Y TRIÁNGULO

Las tres fuentes de un sistema trifásico pueden conectarse, entre sí, de dos maneras distintas, bien en estrella o en triángulo.

La conexión en **estrella** se realiza uniendo los terminales, a' , b' , c' , en un punto común, N , llamado neutro del generador -en la práctica este nudo está conectado a tierra-, siendo la salida de la fuente por los terminales a , b , y c , tal como se muestra en la figura 8 (a).

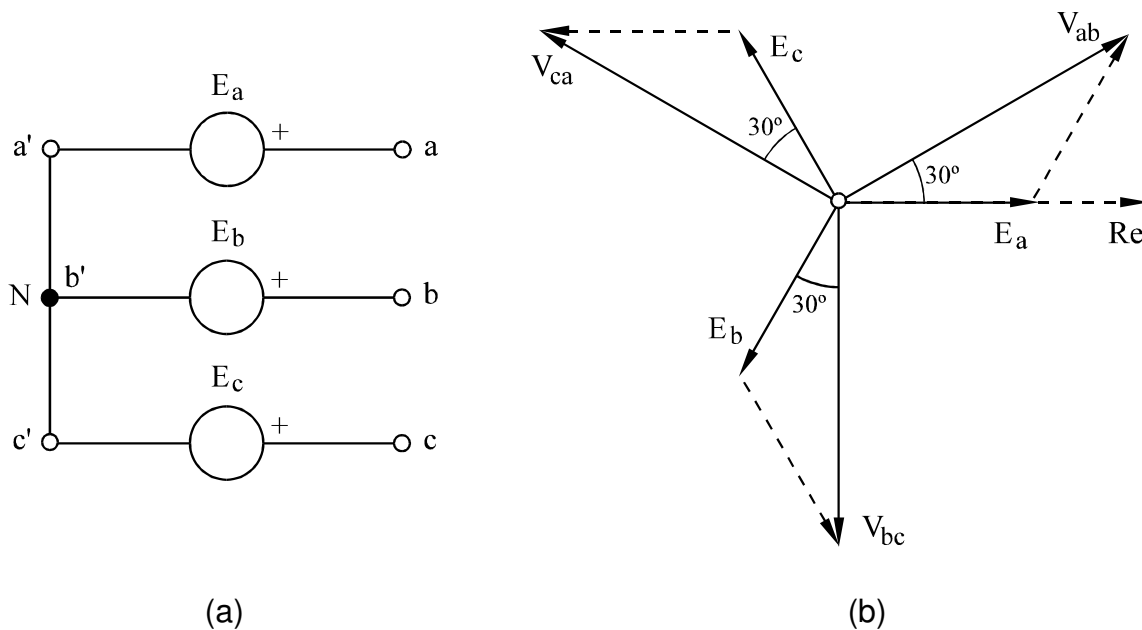


Figura 8. Fuente trifásica en estrella. (a) Conexión. (b) Diagrama fasorial de una fuente equilibrada.

A las tensiones $\bar{E}_a, \bar{E}_b$ y $\bar{E}_c$, se las denomina tensiones de fase o tensiones simples de generador; a las que se establecen entre los terminales a , b y c : $\bar{V}_{ab}, \bar{V}_{bc}$ y $\bar{V}_{ca}$, se las designa tensiones de línea o compuestas.

Las tensiones de línea se relacionan con las de fase, aplicando la segunda ley de Kirchhoff a los lazos $aNba$, $bNcb$ y $cNac$:

$$\bar{V}_{ab} = \bar{E}_a - \bar{E}_b$$

$$\bar{V}_{bc} = \bar{E}_b - \bar{E}_c$$

$$\bar{V}_{ca} = \bar{E}_c - \bar{E}_a$$

(4.1)

Sumando miembro a miembro, las relaciones (4.1), se obtiene:

$$\boxed{\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{bc} + \bar{V}_{ca} = 0}$$

Por tanto, en cualquier red trifásica, se verifica que la suma de sus tensiones compuestas es idénticamente igual a cero.

Si el sistema está equilibrado en tensiones -figura 8 (b)-, se verifica:

$$\bar{V}_{ab} = \bar{E}_a - \bar{E}_b = \sqrt{3}E \angle 30^\circ$$

$$\bar{V}_{bc} = \bar{E}_b - \bar{E}_c = \sqrt{3}E \angle -90^\circ \quad (4.2)$$

$$\bar{V}_{ca} = \bar{E}_c - \bar{E}_a = \sqrt{3}E \angle 150^\circ$$

La conexión de una fuente trifásica en **triángulo**, se realiza conectando los terminales $a-c'$, $b-a'$ y $c-b'$, tal como se indica en la figura 9(a).

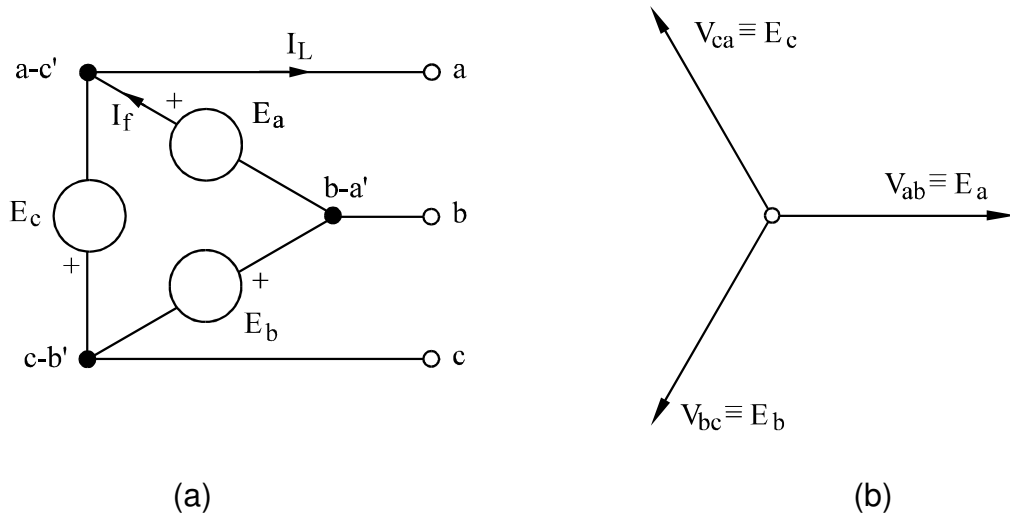


Figura 9. Fuente trifásica en triángulo. (a) Conexión. (b) Diagrama fasorial.

En la conexión en triángulo de fuentes ideales, se verifica:

$$\bar{V}_{ab} = \bar{E}_a$$

$$\bar{V}_{bc} = \bar{E}_b \quad (4.3)$$

$$\bar{V}_{ca} = \bar{E}_c$$

es decir, las tensiones de línea coinciden con las de generador (figura 9(b)), existiendo sólo un grupo de tensiones y dos grupos de corrientes, de fase I_f y de línea I_L .

5. CONEXIONES ENTRE FUENTES Y CARGAS

Las cargas trifásicas, al igual que ocurre con las fuentes, pueden conectarse en estrella y en triángulo.

Un alternador trifásico conectado en estrella puede alimentar bien a una carga conectada en estrella o en triángulo. En la conexión estrella-estrella, los neutros del generador y receptor, pueden estar unidos por un conductor, llamado hilo neutro, formando un circuito a cuatro hilos, o con neutro flotante, resultando un circuito a tres hilos. Una fuente trifásica en triángulo puede alimentar una carga en estrella o en triángulo. En la figura 10, se representan todas estas **posibilidades de conexión**.

Como se ha indicado, anteriormente, las fuentes trifásicas suelen estar equilibradas en tensiones, es decir, todas tienen idéntico valor eficaz, estando desfasadas, entre sí, 120° . Los receptores trifásicos, en general, son equilibrados; sin embargo, las redes también alimentan cargas monofásicas, pudiendo darse casos de desequilibrios originados bien, por su conexión inadecuada, o por imposibilidad real.

La carga equilibrada, supone que las impedancias de cada fase son idénticas, o sea:

$$\bar{Z}_a = \bar{Z}_b = \bar{Z}_c = \bar{Z}$$

En cualquier otro caso, que no se verifique la igualdad anterior, la carga está desequilibrada; no obstante, un conjunto de receptores desequilibrados puede dar lugar a un consumo equilibrado, como se analizará más adelante.

Los distintos circuitos de la figura 10 pueden resolverse empleando los métodos generales de análisis. Sin embargo, el principal objetivo del estudio de las redes trifásicas es el conocimiento del comportamiento físico de cada conexión, es decir, el predecir su funcionamiento en cada posible régimen de trabajo. En los siguientes apartados, que se verán a continuación, se realiza el estudio detallado de las diferentes redes trifásicas.

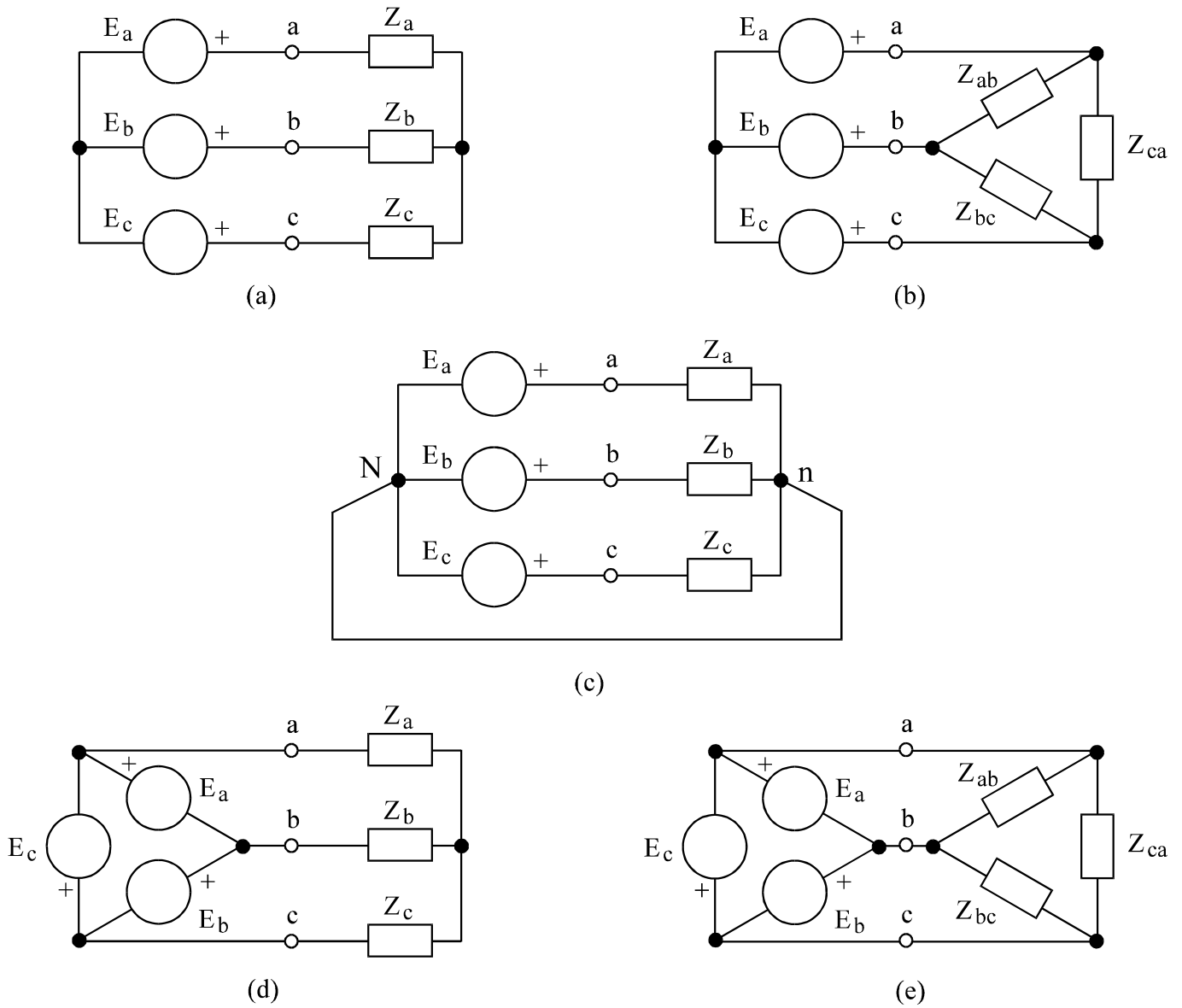


Figura 10. Distintas configuraciones de redes trifásicas. (a) Estrella-estrella sin neutro. (b) Estrella-triángulo. (c) Estrella-estrella con neutro. (d) Triángulo-estrella. (e) Triángulo-triángulo.

6. ANÁLISIS DE LOS CIRCUITOS EN ESTRELLA

Seguidamente, se estudian los distintos regímenes de funcionamiento que pueden establecerse en una red con el generador en estrella y distintos receptores.

6.1. Sistema trifásico a cuatro hilos. Impedancia de neutro nula.

Sea el circuito de la figura 11. Se designa N al punto neutro del sistema generador y n al del sistema receptor. Las ff. ee. mm. E_a, E_b, E_c del alternador ideal son las **tensiones simples de generador** y V_{an}, V_{bn}, V_{cn} son las tensiones aplicadas a las impedancias de carga, que se denominan **tensiones simples de receptor**.

Si se aplica la 2ª Ley de Kirchhoff a la carga, se obtienen unas expresiones similares a las (4.1), que relacionan las tensiones de línea y las aplicadas a los receptores.

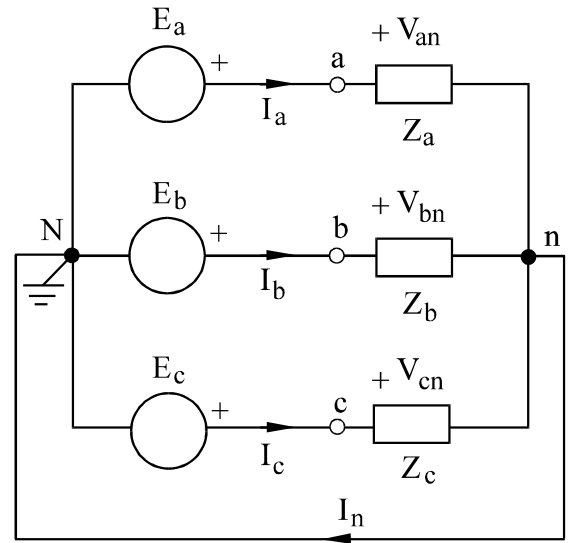


Figura 11. Circuito trifásico a cuatro hilos. Impedancia de neutro nula.

$$\bar{V}_{ab} = \bar{V}_{an} - \bar{V}_{bn}$$

$$\bar{V}_{bc} = \bar{V}_{bn} - \bar{V}_{cn} \quad (6.1)$$

$$\bar{V}_{ca} = \bar{V}_{cn} - \bar{V}_{an}$$

En la figura 12 (a) se representa el diagrama fasorial de una red desequilibrada y en la 12 (b) el correspondiente a un circuito equilibrado. Para este último se verifica:

$$OA = \frac{V_{ab}}{2} = E_a \cos 30^\circ$$

es decir:

$$V_{ab} = \sqrt{3} E_a$$

Si E y V_L son las tensiones simples y de línea de una red equilibrada, respectivamente, se verifica:

$$V_L = \sqrt{3} E \quad (6.2)$$

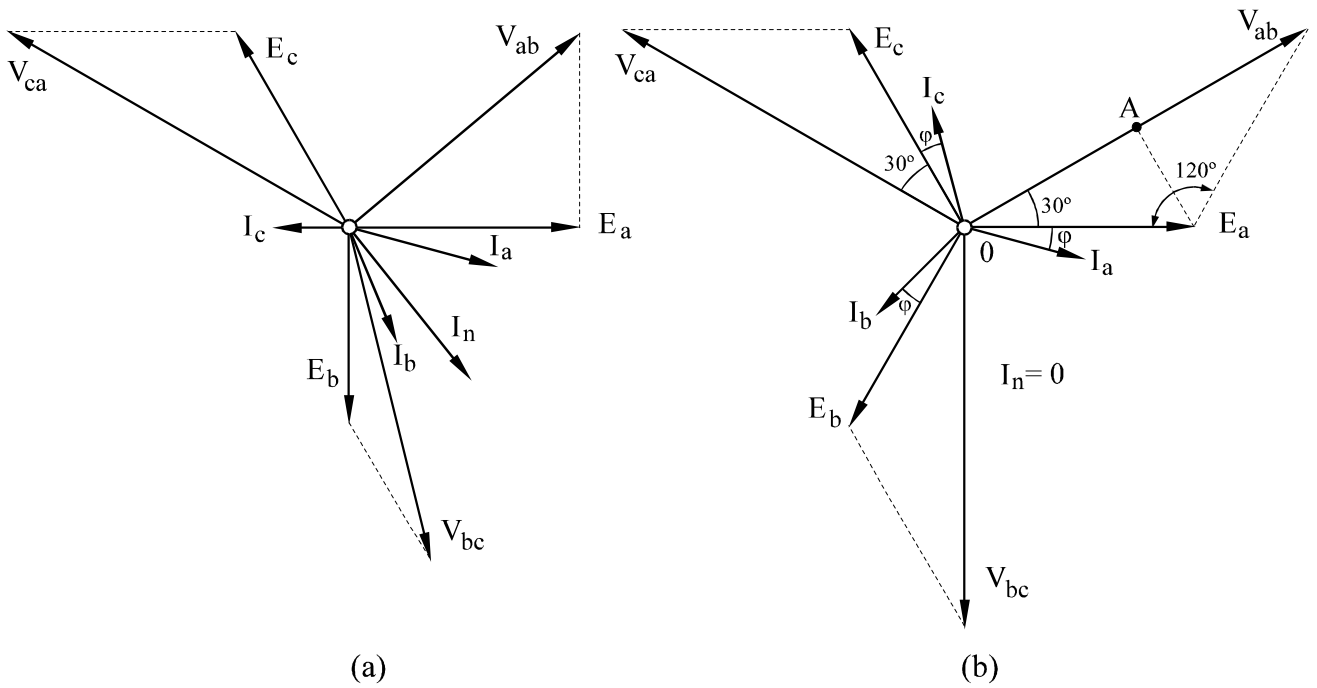


Figura 12. Diagramas fasoriales de una red trifásica. (a) Desequilibrada. (b) Equilibrada.

Por tanto, en una red trifásica equilibrada, de secuencia directa, las tensiones de línea tienen un valor eficaz $\sqrt{3}$ veces superior a las simples, viniendo desfasadas 30° en adelanto. Si la secuencia fuese inversa vendrían desfasadas 30° en retraso.

Como $Z_n = 0$, $V_{nN} = 0$, se verifica:

$$\bar{V}_{an} = \bar{E}_a \quad ; \quad \bar{V}_{bn} = \bar{E}_b \quad ; \quad \bar{V}_{cn} = \bar{E}_c \quad (6.3)$$

es decir, si en una red trifásica a cuatro hilos, la impedancia del neutro es nula, son idénticas las tensiones simples de generador y de receptor.

Por tanto, si $V_{Nn} = 0$, se verifica:

$$\boxed{\bar{I}_a = \frac{\bar{E}_a}{\bar{Z}_a}} \quad ; \quad \boxed{\bar{I}_b = \frac{\bar{E}_b}{\bar{Z}_b}} \quad ; \quad \boxed{\bar{I}_c = \frac{\bar{E}_c}{\bar{Z}_c}} \quad (6.4)$$

Aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff, resulta:

$$\boxed{\bar{I}_n = \sum_{i=a}^c \bar{I}_i} \quad (6.5)$$

6.2. Sistema trifásico a cuatro hilos. Caso general $Z_n \neq 0$.

En general, la impedancia del hilo neutro no es nula, luego $V_{nN} \neq 0$. Aplicando la 2ª Ley de Kirchhoff a la figura 13, resulta:

$$\bar{E}_a - \bar{V}_{an} - \bar{V}_n = 0 \Rightarrow \bar{V}_{an} = \bar{E}_a - \bar{V}_n$$

$$\bar{E}_b - \bar{V}_{bn} - \bar{V}_n = 0 \Rightarrow \bar{V}_{bn} = \bar{E}_b - \bar{V}_n \quad (6.6)$$

$$\bar{E}_c - \bar{V}_{cn} - \bar{V}_n = 0 \Rightarrow \bar{V}_{cn} = \bar{E}_c - \bar{V}_n$$

Resolviendo la red de la figura 13 por el método de tensión de nudos, resulta:

$$\bar{V}_n \sum_{i=a}^n \bar{Y}_i = \sum_{i=a}^c \bar{E}_i \bar{Y}_i \quad (6.7)$$

siendo Y_i la admitancia de la carga correspondiente a la fase i .

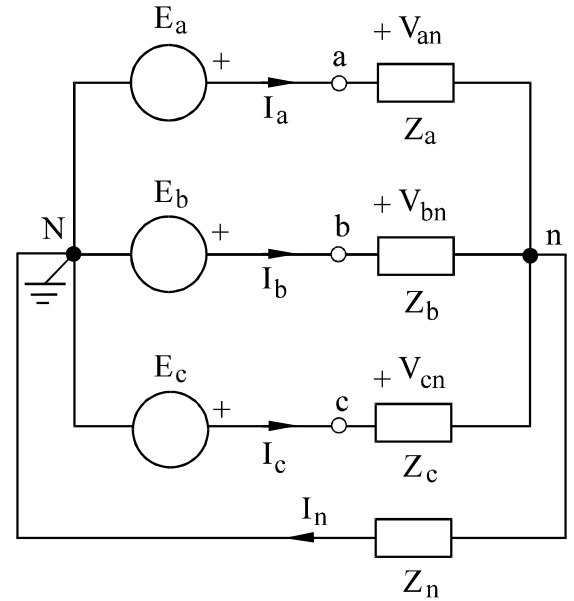


Figura 13. Circuito trifásico a cuatro hilos con impedancia de neutro nula.

6.3. Sistema trifásico en estrella a tres hilos

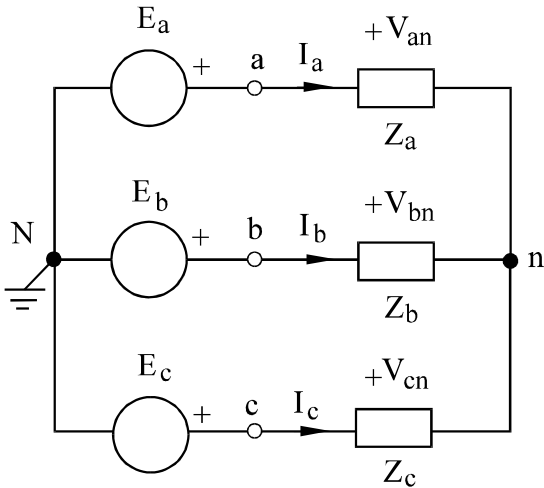


Figura 14. Circuito trifásico a tres hilos.

Si en el sistema anterior, por cualquier motivo, quedase abierto el hilo neutro, resultaría otro de comportamiento diferente: el sistema trifásico en estrella a tres hilos.

Las tensiones compuestas no sufren ninguna variación al desaparecer el hilo neutro, porque las ff. ee. mm. del generador E_a, E_b, E_c permanecen constantes, ya que se consideran fuentes ideales independientes. Suprimido el hilo neutro, se anula la circulación de corriente por el mismo; aplicando de la 1ª Ley de Kirchhoff resulta:

$$\sum_{i=a}^c \bar{I}_i = 0 \quad (6.8)$$

Para determinar $\bar{V}_n$ -en circuitos a tres hilos- también el método más adecuado es el de tensión de nudos, resultando válida la expresión (6.7), haciendo $\bar{Y}_n = 0$.

6.4. Circuito a tres hilos con una fase en cortocircuito

Esta conexión suele denominarse triángulo abierto, como se justificará en el apartado 6.6.

I_a no puede tomar un valor infinito pues tiene que cumplirse la 1ª Ley de Kirchhoff, dada por (6.8). Como $Z_a = 0$ y $V_{an} = Z_a I_a$, esta tensión es nula; por tanto:

$$\bar{V}_n = \bar{E}_a \quad (6.9)$$

Es decir, la tensión del neutro de receptor es igual a la simple del sistema generador cuya fase está en cortocircuito.

Las restantes tensiones de receptor pueden determinarse, fácilmente, a través de las tensiones de línea, efectivamente:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{ab} &= \bar{V}_{an} - \bar{V}_{bn} \Rightarrow \bar{V}_{bn} = \bar{V}_{ba} \\ \bar{V}_{ca} &= \bar{V}_{cn} - \bar{V}_{an} \Rightarrow \bar{V}_{cn} = \bar{V}_{ca} \end{aligned} \quad (6.10)$$

En la figura 16, se representa el diagrama fasorial del circuito de la figura 15, en el caso general de red desequilibrada en tensiones. Nótese que según (6.10) las tensiones aplicadas a las cargas que no están en cortocircuito son idénticas a dos de las tensiones de línea.

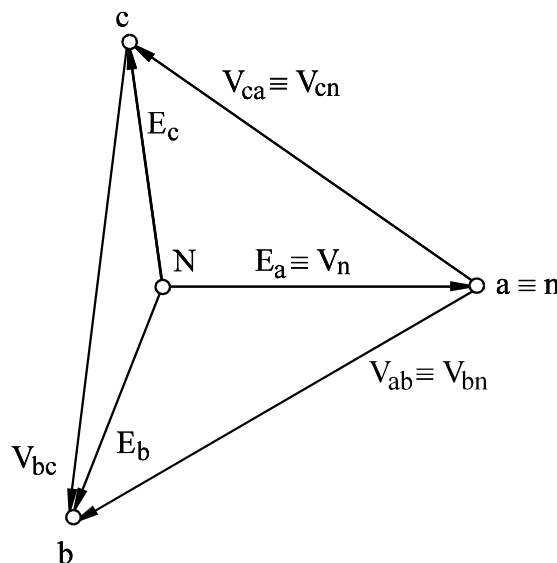


Figura 16. Diagrama fasorial correspondiente al circuito de la figura 15.

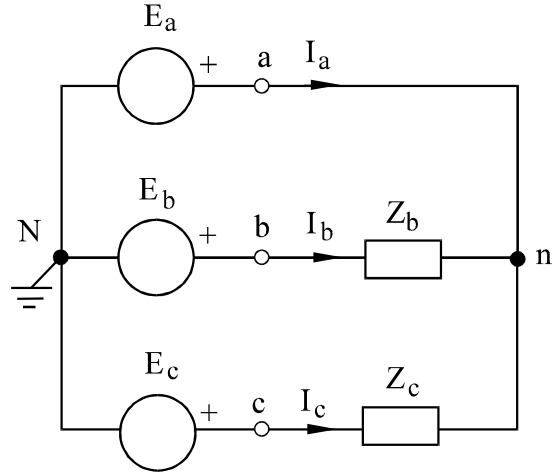


Figura 15. Circuito a tres hilos con una fase en cortocircuito.

6.5. Circuito estrella con fase abierta

Cuando en un circuito trifásico a tres hilos, en estrella, se desconecta un receptor -en la figura 17 (a), se abre el interruptor K - resulta lo que, a veces, se denomina **red trifásica con carga monofásica**. En este caso, se verifica:

$$I'_c = 0 \quad \bar{I}'_a = -\bar{I}'_b = \frac{\bar{V}_{ab}}{\bar{Z}_a + \bar{Z}_b} \quad (6.11)$$

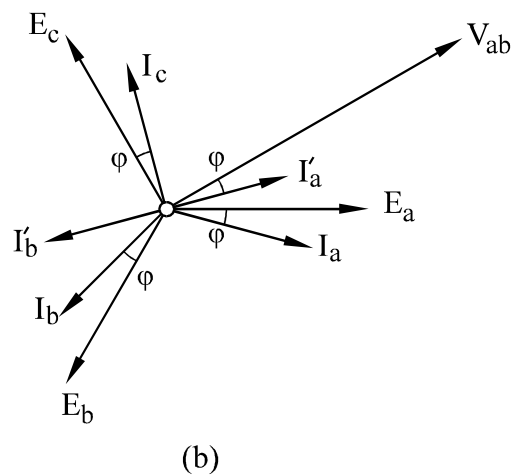
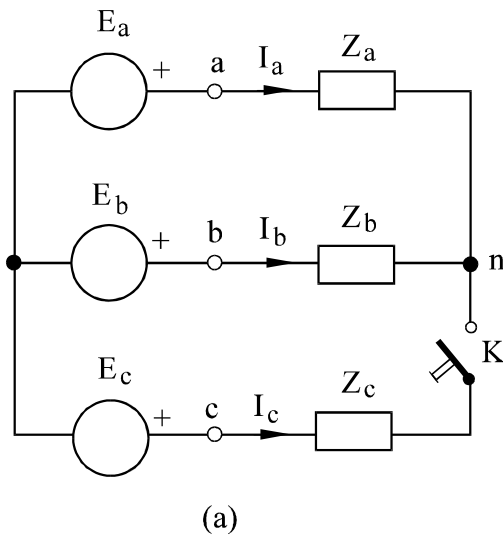


Figura 17. Red en estrella con fase abierta. (a) Esquema. (b) Diagrama fasorial para red equilibrada.

Si el circuito, previamente, estuviese equilibrado en intensidades, se cumpliría:

$$V_{an} = V_{bn} = 0,5 V_{ab} \quad (6.12)$$

es decir, la tensión aplicada a las impedancias Z_a y Z_b es del 86,6% de la tensión simple de generador; la figura 17 (b), muestra el diagrama fasorial, siendo I'_a e I'_b las intensidades cuando queda abierta la fase c.

6.6. Circuito con carga en triángulo

La carga de la figura 18 está conectada en triángulo; este caso, puede resolverse mediante la transformación del receptor triángulo en su estrella equivalente, considerada anteriormente.

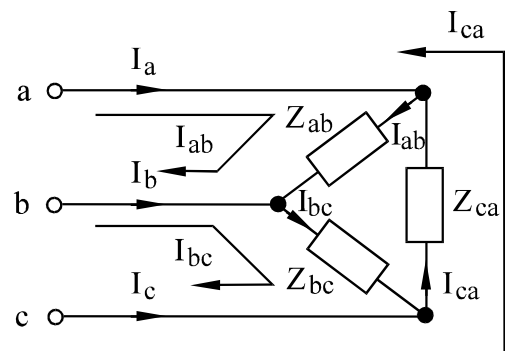


Figura 18. Circuito trifásico con receptor en triángulo.

Cuando interese la determinación de las corrientes que circulan por la carga, se emplea el método de intensidades de lazo, considerando las intensidades que se indican en la figura 18. Suponiendo nulas las impedancias de línea, resulta:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{ab} &= \frac{\bar{V}_{ab}}{\bar{Z}_{ab}} \\ \bar{I}_{bc} &= \frac{\bar{V}_{bc}}{\bar{Z}_{bc}} \\ \bar{I}_{ca} &= \frac{\bar{V}_{ca}}{\bar{Z}_{ca}}\end{aligned}\tag{6.13}$$

Aplicando la 1ª Ley Kirchhoff, se obtienen las corrientes de línea:

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab} \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc}\end{aligned}\tag{6.14}$$

Si se suman las expresiones (6.14), se obtiene (6.8). Por tanto, en todo circuito a tres hilos, se verifica que la suma fasorial de las corrientes de línea es cero.

En la figura 19, se representa el diagrama fasorial para un circuito equilibrado de secuencia directa. Se verifica:

$$I_a = 2I_{ab} \cos 30^\circ = \sqrt{3} I_{ab}$$

Por tanto, las intensidades de línea, en un sistema equilibrado de secuencia directa, tienen un valor eficaz $\sqrt{3}$ veces las de receptor y están atrasadas 30° respecto de éstas. Si la secuencia es inversa, las intensidades de línea vienen adelantadas 30° respecto a las de fase. Por tanto, en una red en triángulo equilibrada, hay dos sistemas equilibrados de intensidades.

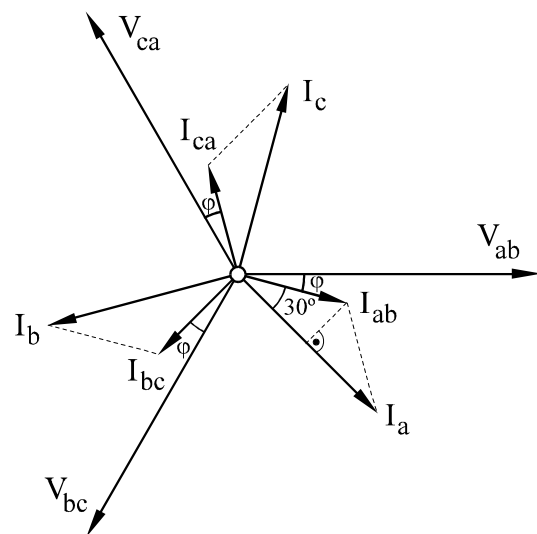


Figura 19. Diagrama fasorial para un receptor en triángulo equilibrado.

Cuando se desconecta una de las impedancias de un receptor en triángulo -conexión en triángulo abierto- resulta una conexión idéntica a la descrita en 6.4, como se muestra en la figura 20.

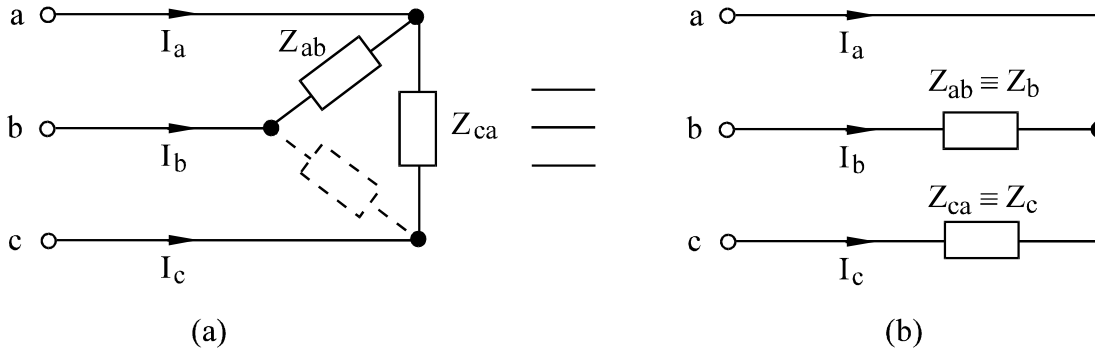


Figura 20. (a) Conexión en triángulo abierto. (b) Conexión estrella con fase cortocircuitada.

6.7. Circuito triángulo con fase abierta

Si por una avería, la fase b queda a circuito abierto -apertura del interruptor K en la figura 21-, se verifica:

$$\bar{I}'_{ab} = \bar{I}'_{bc} = \frac{\bar{V}_{ac}}{\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bc}}$$

$$\bar{I}'_{ca} = \frac{\bar{V}_{ca}}{\bar{Z}_{ca}} = \bar{I}_{ca}$$

$$\boxed{\bar{I}'_a = \bar{I}'_{ab} - \bar{I}'_{ca}}$$

$$\boxed{\bar{I}'_b = 0}$$

$$\boxed{\bar{I}'_c = \bar{I}_{ca} - \bar{I}'_{bc}}$$

(6.15)

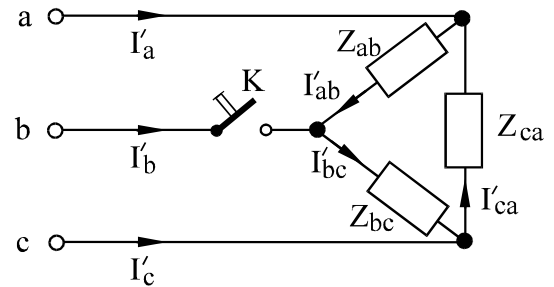


Figura 21. Red a dos hilos con receptores triángulo.

Es decir, la apertura del interruptor K da lugar a la modificación de todas las corrientes salvo la I_{ca} que permanece invariable.

7. ANÁLISIS DE LOS CIRCUITOS EN TRIÁNGULO

7.1. Circuito con carga en estrella

Aplicando el método de intensidad de lazo, al circuito de la figura 22, se calculan los valores de las corrientes de línea -por combinación lineal de las de lazo- de la forma:

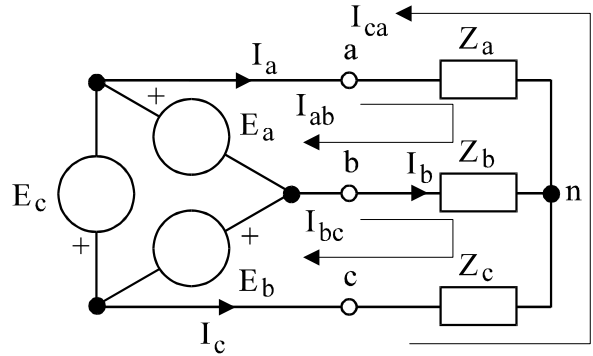


Figura 22. Conexión triángulo-estrella.

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} \quad , \quad \bar{I}_b = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab} \quad , \quad \bar{I}_c = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc} \quad (7.1)$$

Las tensiones de fase son:

$$\bar{V}_{an} = \bar{I}_a \bar{Z}_a \quad , \quad \bar{V}_{bn} = \bar{I}_b \bar{Z}_b \quad , \quad \bar{V}_{cn} = \bar{I}_c \bar{Z}_c \quad (7.2)$$

Las tensiones de línea son:

$$\bar{V}_{ab} = \bar{E}_a \quad , \quad \bar{V}_{bc} = \bar{E}_b \quad , \quad \bar{V}_{ca} = \bar{E}_c \quad (7.3)$$

7.2. Circuito con carga en triángulo

En este caso las tensiones de fase coinciden con las de línea, como se observa en el circuito de la figura 23.

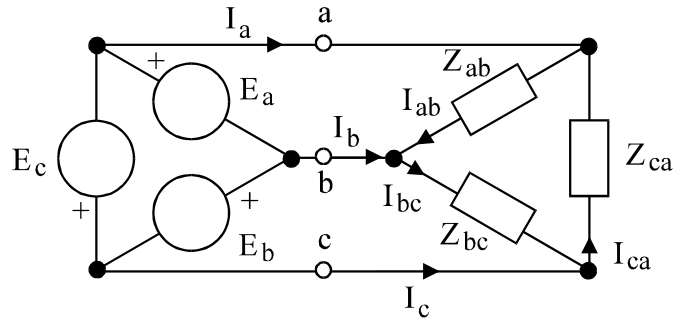


Figura 23. Conexión triángulo-triángulo.

$$\bar{E}_a = \bar{V}_{ab} \quad , \quad \bar{E}_b = \bar{V}_{bc} \quad , \quad \bar{E}_c = \bar{V}_{ca} \quad (7.4)$$

Las corrientes de fase son:

$$\bar{I}_{ab} = \frac{\bar{E}_a}{\bar{Z}_{ab}} \quad , \quad \bar{I}_{bc} = \frac{\bar{E}_b}{\bar{Z}_{bc}} \quad , \quad \bar{I}_{ca} = \frac{\bar{E}_c}{\bar{Z}_{ca}} \quad (7.5)$$

Las corrientes de línea son:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} \quad , \quad \bar{I}_b = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab} \quad , \quad \bar{I}_c = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc} \quad (7.6)$$

8. CIRCUITO TRIFÁSICO CON CARGAS MÚLTIPLES

En el transporte y distribución de la energía eléctrica, en alta y media tensión, se utilizan redes trifásicas a tres hilos; sin embargo, en las de baja tensión ($< 1.000 \text{ V}$) se emplean redes a cuatro hilos, es decir, tres conductores de fase más el hilo neutro.

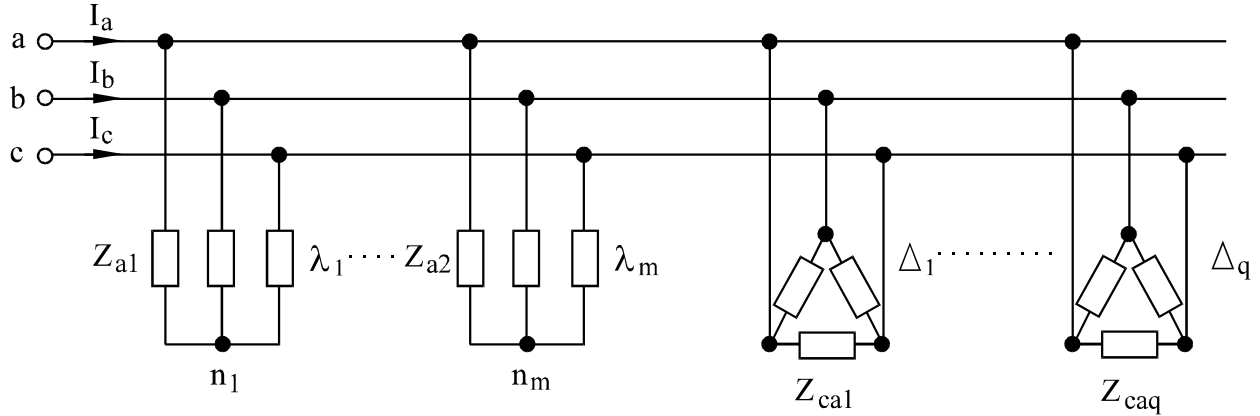


Figura 24. Conexión de cargas múltiples, supuesta despreciable la impedancia de línea.

En la figura 24 se representa una instalación trifásica a tres hilos, alimentada por un alternador, con m cargas conectadas en estrella y q cargas conectadas en triángulo; inicialmente, se supone que, al estar próximas entre sí, resulta despreciable el efecto de la impedancia de línea.

Se estudian, a continuación, dos casos: en el primero, se supone que todos los receptores son equilibrados, mientras que en el segundo se considera que algunos son desequilibrados.

8.1. Red equilibrada

Admitiendo que, el alternador suministra un sistema equilibrado de tensiones. Primeramente, se transforman los receptores en triángulo en sus equivalentes en estrella; por tanto, resulta un conjunto de $m+q$ receptores en estrella equilibrados -idénticas tensiones por fase de los distintos receptores- que se sustituyen por una única estrella, figura 25, cuya admitancia equivalente, tiene el valor:

$$\bar{Y}_{eq} = \sum_{i=1}^m \bar{Y}_i + \sum_{j=1}^q \bar{Y}_j \quad (8.1)$$

Por tratarse de un circuito equilibrado, resulta:

$$I_a = I_b = I_c = E Y_{eq} \quad (8.2)$$

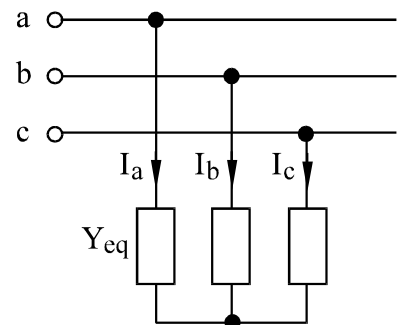


Figura 25. Estrella equivalente

8.2. Receptores desequilibrados

Considérense los receptores en estrella l y m desequilibrados, como $\bar{V}_{nl} \neq \bar{V}_{nm}$, no pueden asociarse en una configuración estrella equivalente; sin embargo, las cargas en triángulo, al estar sometidas a las tensiones compuestas V_{ij} , están conectadas en derivación y por tanto, es posible su asociación en configuración triángulo. En efecto, se transformarán los m receptores en estrella por sus correspondientes triángulos equivalentes y, finalmente, se realizará la asociación de los $m+q$ receptores en triángulo por uno equivalente.

En la práctica, se agrupan las cargas equilibradas -por un lado- y las desequilibradas -por otro- trabajando con los triángulos equivalentes resultantes, como uno está equilibrado y otro no, se llegará a su configuración equivalente.

9. SISTEMA TETRAFÁSICO EQUILIBRADO EN TENSIONES

Está constituido por cuatro tensiones monofásicas idénticas desfasadas entre sí 90° . La figura 26 muestra el diagrama fasorial de un circuito tetrafásico de secuencia directa. El número de tensiones compuestas de esta red es la combinación de cuatro elementos -las fases- tomados de dos en dos, es decir, seis. Hay dos tipos de tensiones compuestas, como se justifica en el diagrama fasorial de la figura 26.

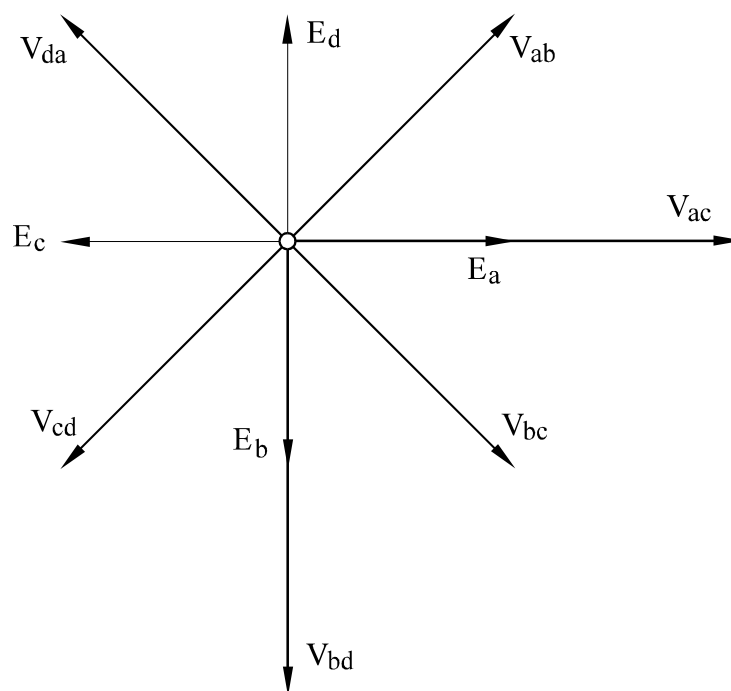


Figura 26. Diagrama fasorial de un circuito tetrafásico equilibrado en tensiones de secuencia directa.

a) **Entre conductores consecutivos de fase:**

$$\begin{aligned}\bar{V}_{ab} &= \bar{E}_a - \bar{E}_b = \sqrt{2} E \angle 45^\circ \\ \bar{V}_{bd} &= \bar{E}_b - \bar{E}_c = \sqrt{2} E \angle -45^\circ \\ \bar{V}_{cd} &= \bar{E}_c - \bar{E}_d = \sqrt{2} E \angle -135^\circ \\ \bar{V}_{da} &= \bar{E}_d - \bar{E}_a = \sqrt{2} E \angle 135^\circ\end{aligned}\tag{9.1}$$

Por tanto, el valor eficaz de estas tensiones de línea es $\sqrt{2}$ la tensión de fase.

b) **Entre conductores no consecutivos de fases:**

$$\bar{V}_{ac} = \bar{E}_a - \bar{E}_c = 2 E \quad , \quad \bar{V}_{bd} = \bar{E}_b - \bar{E}_d = 2 E \angle -90^\circ\tag{9.2}$$

Aquí, las tensiones compuestas tienen un valor eficaz doble de las de fase.

10. SISTEMA EXAFÁSICO EQUILIBRADO EN TENSIONES

Está formado por seis tensiones desfasadas entre sí 60° ; en la figura 27, se muestra su diagrama fasorial.

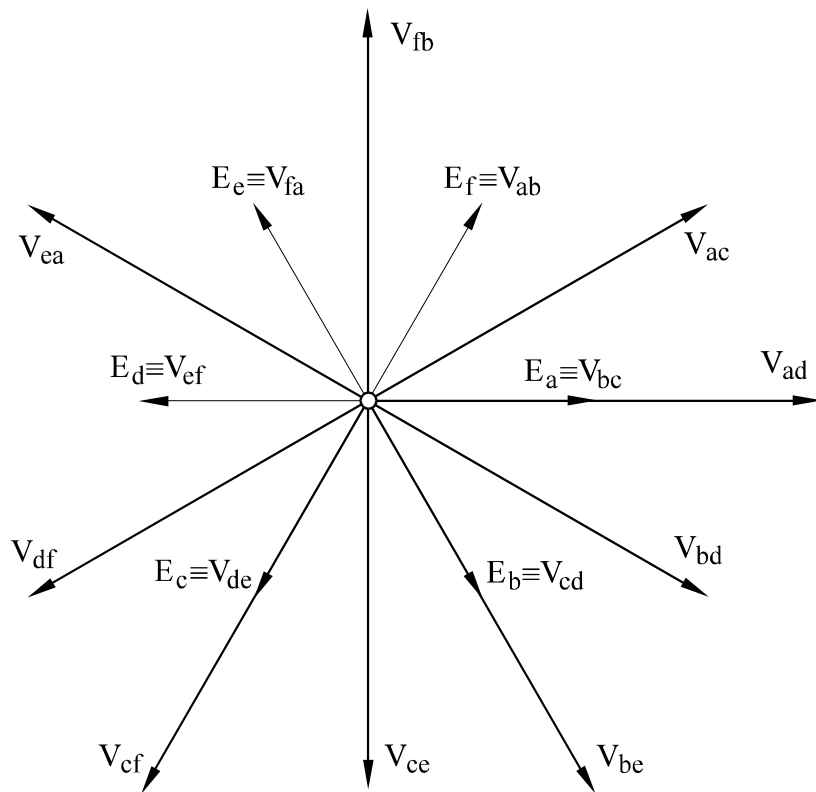


Figura 27. Diagrama fasorial de un circuito exafásico equilibrado en tensiones de secuencia directa.

El número total de tensiones compuestas es la combinación de seis elementos tomados de dos en dos, es decir, 15.

Hay tres tipos de tensiones compuestas:

a) **Tensiones entre conductores consecutivos:**

$$\begin{aligned}\bar{V}_{ab} &= \bar{E}_a - \bar{E}_b = \bar{E}_f \\ \bar{V}_{bc} &= \bar{E}_b - \bar{E}_c = \bar{E}_a \\ \bar{V}_{cd} &= \bar{E}_c - \bar{E}_d = \bar{E}_b \\ \bar{V}_{de} &= \bar{E}_d - \bar{E}_e = \bar{E}_c \\ \bar{V}_{ef} &= \bar{E}_e - \bar{E}_f = \bar{E}_d \\ \bar{V}_{fa} &= \bar{E}_f - \bar{E}_a = \bar{E}_e\end{aligned}\tag{10.1}$$

Estas tensiones de línea tienen un valor eficaz igual a las de fase.

b) **Tensiones entre conductores impares o pares consecutivos:**

Son la diferencia de tensiones simples desfasadas 120° , por tanto, su valor eficaz y desfase resultan idénticos al de las tensiones de línea de una red trifásica equilibrada, es decir, $\sqrt{3} E$. De este grupo son: V_{ac} , V_{ce} , V_{ea} , V_{bd} , V_{df} , V_{fb} .

c) **Tensiones entre conductores par/impar no consecutivos:**

Éstas al estar originadas por tensiones en oposición tienen un valor eficaz doble al de fase; son V_{ad} , V_{be} , V_{cf} .

En la práctica, los sistemas polifásicos de más de tres fases se utilizan casi, exclusivamente, para alimentar rectificadores estáticos, dado que a medida que aumenta el número de fases del rectificador, disminuye el nivel de rizado de la componente de corriente continua. Como los sistemas de distribución suelen ser exclusivamente trifásicos, es necesario combinar adecuadamente grupos de transformadores para conseguir la conversión de los sistemas trifásicos en exafásicos o dodecafásicos.

11. CIRCUITOS EQUIVALENTES DE REDES CON TRES TERMINALES

11.1. Circuito equivalente con fuentes de tensión

Todo circuito activo lineal, con tres terminales de salida, es equivalente a su circuito pasivo en serie con tres fuentes ideales de tensión, una por conductor, de forma que originen, cada dos hilos, tensiones idénticas a las de la red activa a circuito abierto.

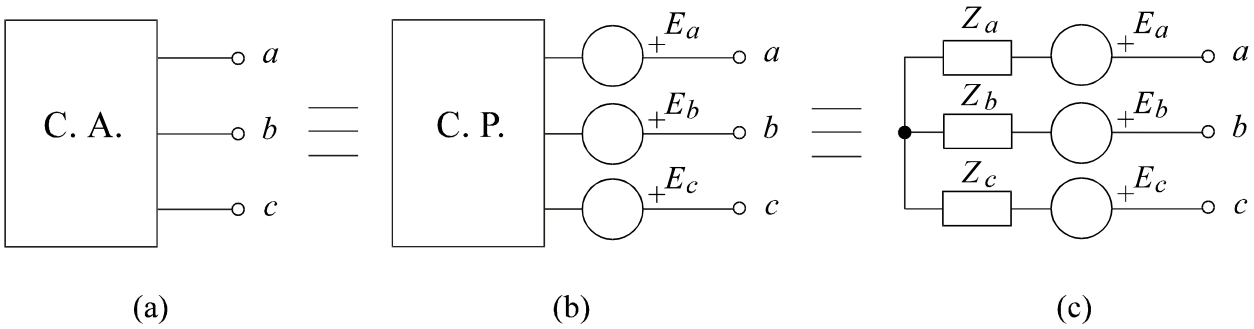


Figura 28. Circuito equivalente con fuentes de tensión. (a) Original. (b),(c) Circuitos equivalentes.

En la figura 28(a), se representa un circuito activo lineal con los terminales de salida a - b - c ; la figura 28(b), muestra su circuito pasivo, siendo E_a , E_b , E_c las f.f.ee.mm. de unas fuentes ideales de tensión que han de verificar las relaciones:

$$\begin{aligned}\bar{E}_a - \bar{E}_b &= \bar{V}_{ab0} \\ \bar{E}_b - \bar{E}_c &= \bar{V}_{bc0} \\ \bar{E}_c - \bar{E}_a &= \bar{V}_{ca0}\end{aligned}\tag{11.1}$$

donde V_{ab0} , V_{bc0} , V_{ca0} son las tensiones entre los terminales a - b , b - c , c - a , de la red de la figura 28(a), respectivamente, a circuito abierto.

La figura 28(c) se deduce de la 28(b), sustituyendo el circuito pasivo por sus tres impedancias equivalentes; se podría decir que su estructura es la de una fuente trifásica en estrella.

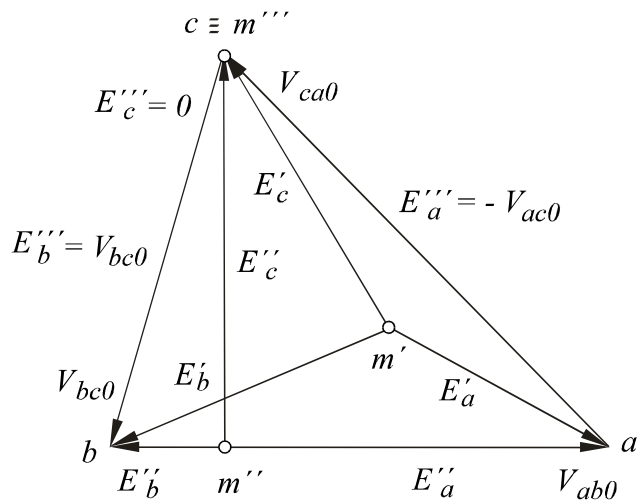


Figura 29. Distintos grupos de fuentes que cumplen las condiciones del teorema

Las ff. ee. mm. de las fuentes ideales de tensión deben de ser tales que verifiquen las condiciones (11.1); por tanto, existe un número infinito de grupos de fuentes que la cumplen. Efectivamente, siempre que se elijan tres fuentes, de forma que sus fasores partan de un punto común y sus afijos estén situados en los vértices del triángulo formado por las tensiones compuestas a circuito abierto, se verificará la condición exigida.

En la figura 29, se indican tres grupos de los infinitos posibles. Si se considera como vértice común m' , resulta:

$$\bar{E}'_a = m'a \quad \bar{E}'_b = m'b \quad \bar{E}'_c = m'c \quad (11.2)$$

Si se adoptase m'' , las nuevas fuentes serían:

$$\bar{E}''_a = m''a \quad \bar{E}''_b = m''b \quad \bar{E}''_c = m''c \quad (11.3)$$

Por último, se ha considerado m''' , coincidiendo con el vértice c :

$$\bar{E}'''_a = m'''a \quad \bar{E}'''_b = m'''b \quad \bar{E}'''_c = m'''c = 0 \quad (11.4)$$

En el primer caso, las tres fuentes tienen módulos y desfases cualesquiera; en el segundo, los desfases de las fuentes son 0° , 180° y 90° , respectivamente; en el último, la primera fuente es igual a la tensión V_{ac0} , la segunda, coincide con V_{bc0} , y la tercera es nula.

Según lo expuesto, se puede elegir, en cada aplicación, el grupo de fuentes más adecuado. Resultaría irracional adoptar unas tensiones como las del primer caso; el segundo, ofrece la ventaja de que los desfases de las fuentes son de gran sencillez operativa, y en el tercero, únicamente, se consideran dos fuentes -idénticas a dos de las tensiones de línea-, ya que la tercera es nula.

11.2. Circuito equivalente con fuentes de corriente

Este teorema es correlativo del anterior: todo circuito activo lineal con tres terminales de salida, es equivalente a su circuito pasivo en derivación con tres fuentes ideales de corriente, conectadas en triángulo, de forma que originen a la salida idénticas intensidades que las obtenidas al cortocircuitar la red activa. Verificandose:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{cca} &= \bar{J}_a - \bar{J}_c \\ \bar{I}_{ccb} &= \bar{J}_b - \bar{J}_a \\ \bar{I}_{ccc} &= \bar{J}_c - \bar{J}_b \end{aligned} \quad (11.5)$$

En la figura 30(a) se representa el circuito activo, la figura 30(b) es su circuito equivalente y la 30(c), es el anterior con tres impedancias equivalentes en triángulo del circuito pasivo original.

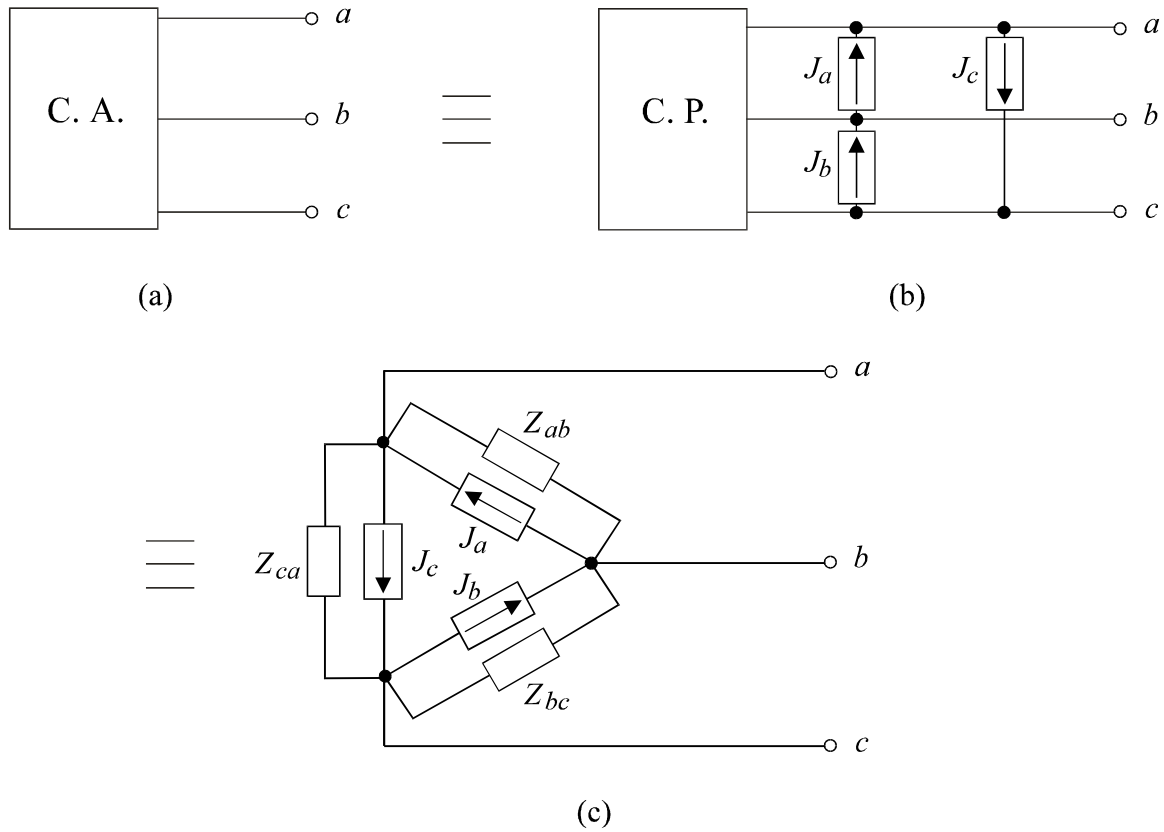


Figura 30. Circuito equivalente con fuente de corriente. (a) Original. (b),(c) Circuitos equivalentes.

Se observa que las condiciones (11.5) son similares a las (11.1), dada la correlación entre ambos teoremas. Igualmente (figura 31), se puede elegir un número infinito de grupos de fuentes de corriente que verifiquen (11.5). Respecto a su selección, son válidas las sugerencias que se indicaban al elegir el grupo más adecuado de fuentes de tensión, ya que los resultados obtenidos para cualquier conjunto que cumpla las condiciones (11.5), serán los mismos.

Así, en la figura 31, se han representado tres de estos posibles grupos de fuentes; considerando como vértice común m' , se tiene el grupo:

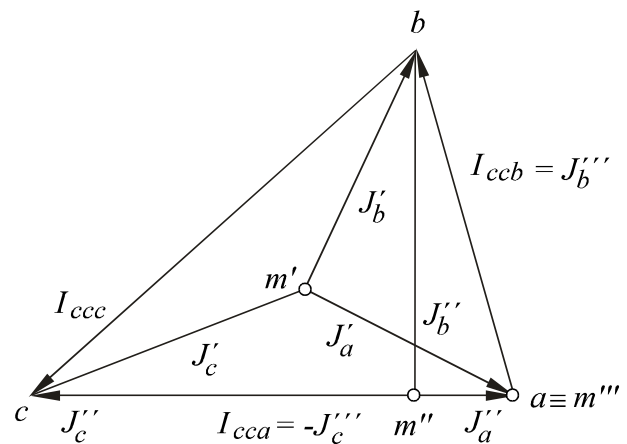


Figura 31. Distintos grupos de fuentes que cumplen las condiciones del teorema.

$$\bar{J}'_a = m'a \quad \bar{J}'_b = m'b \quad \bar{J}'_c = m'c \quad (11.6)$$

Tomando el vértice m'' , se obtendría, el conjunto de fuentes:

$$\bar{J}''_a = m''a \quad \bar{J}''_b = m''b \quad \bar{J}''_c = m''c \quad (11.7)$$

También se ha considerado m''' , coincidente con a ; en este caso, resulta:

$$\bar{J}'''_a = 0 \quad \bar{J}'''_b = \bar{I}_{ccb} \quad \bar{J}'''_c = -\bar{I}_{cca} \quad (11.8)$$

es decir, dos de las fuentes coinciden con corrientes de cortocircuito, resultando nula la tercera. Luego, también es posible -como en el circuito con fuentes de tensión- utilizar, únicamente, dos fuentes.

12. TRANSFORMACIÓN DE FUENTES TRIFÁSICAS

Una aplicación típica de los teoremas descritos es la transformación de fuentes trifásicas. Considérese las fuentes reales trifásicas en sus configuraciones triángulo y estrella, representadas en las figuras 32(a) y 32(b), respectivamente. Deberán hallarse los parámetros de la fuente en estrella en función de las de la fuente en triángulo.

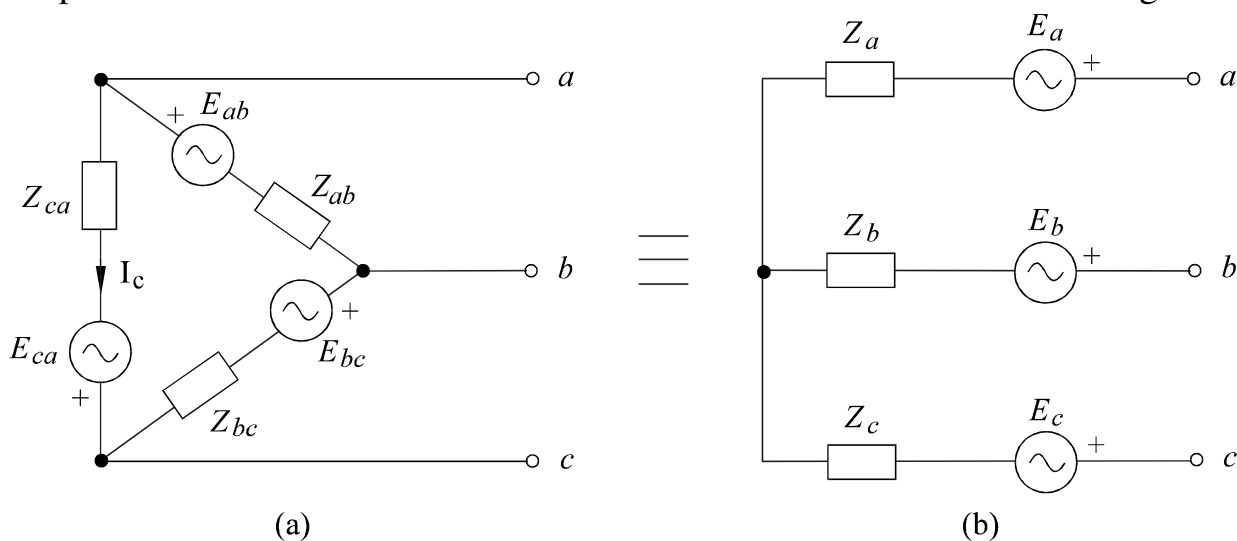


Figura 32. Equivalencia de fuentes trifásicas. (a) Configuración en triángulo. (b) Configuración en estrella.

El resultado es un sistema trifásico equivalente en estrella de impedancia la tercera parte y de f.e.m. $\sqrt{3}$ veces menor y desfasada 30° , para un sistema equilibrado. Si la sucesión de fases es E_{ab}, E_{bc}, E_{ca} 30° positivos, si fuese E_{ab}, E_{ca}, E_{bc} 30° negativos. Por simetría, las corrientes en el triángulo formarán también un sistema trifásico desfasado 30° respecto de las corrientes de línea y $\sqrt{3}$ veces menor en módulo.