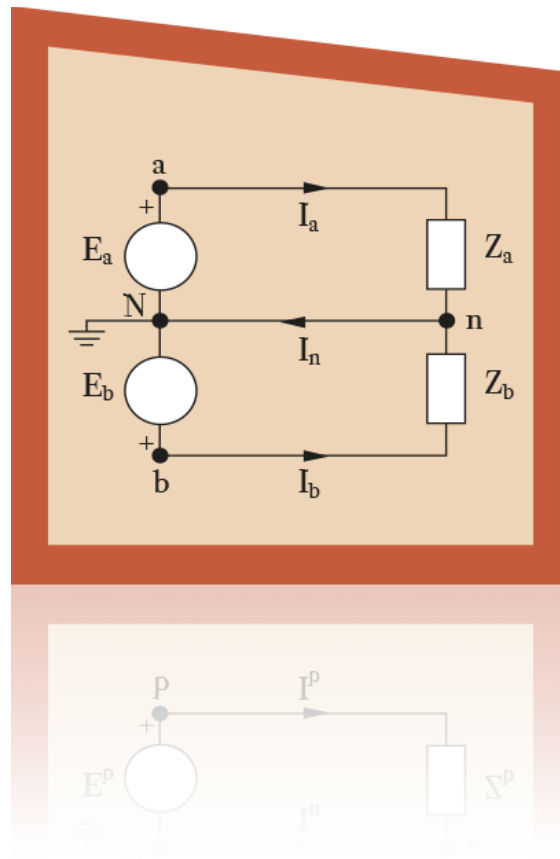


Teoría de Circuitos I

Tema 2. Polifásica II. Potencias



Profesores

Alberto Arroyo Gutiérrez

Pablo Benavente Rico

Eugenio Sainz Ortiz

Sergio Bustamante Sánchez

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Luis Vejo Fernández

Departamento de Transportes y Tecnología de Proyectos y Procesos

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

TEORÍA DE CIRCUITOS I. 2º Curso.

Tema 2:

SISTEMAS POLIFÁSICOS II

1. Introducción.
2. La potencia en circuitos trifásicos.
3. Teorema de Boucherot.
4. Medida de la potencia activa.
 - 4.1 Método de tres vatímetros.
 - 4.2 Método de dos vatímetros. Conexión Aron.
5. Medida de potencia reactiva.
 - 5.1 Método de tres vatímetros.
 - 5.2 Método de dos vatímetros.
6. Mejora del factor de potencia trifásico.
 - 6.1 Generalidades.
 - 6.2 Corrección del factor de potencia en sistemas trifásicos.

POTENCIA EN REDES TRIFÁSICAS. MÉTODOS DE MEDIDA.

1. INTRODUCCIÓN

En este tema se estudia el flujo de potencia en régimen sinusoidal desequilibrado, considerando los métodos clásicos de medida de las potencias activa y reactiva, así como el teorema de Boucherot que permite establecer un método muy utilizado para la resolución de redes equilibradas.

En el último decenio, los estudios de los especialistas se han centrado en la determinación del flujo de potencias en redes trifásicas en régimen no-sinusoidal, ya que pueden establecerse distintas formulaciones para totalizar el balance de las componentes de potencia de las distintas fases, y diferentes estrategias para su definición. Esta temática se expondrá, de manera específica, en el estudio de redes en régimen no-sinusoidal.

2. LA POTENCIA EN CIRCUITOS TRIFÁSICOS

Una red trifásica, como conjunto de tres circuitos monofásicos, demanda las potencias:

- Instantánea:

$$p(t) = \sum_{i=a}^c v_i i_i$$

- Activa:

$$P = \sum_{i=a}^c V_i I_i \cos \varphi_i$$

- Reactiva:

$$Q = \sum_{i=a}^c V_i I_i \sin \varphi_i$$

- Aparente Compleja:

$$\bar{S} = P + jQ$$

(2.1)

siendo v_i e i_i las tensiones y corrientes de fase, respectivamente.

En el caso de estar **equilibrada**, las expresiones (2.1), podrían ponerse de la forma:

$$\begin{aligned} P &= 3V_a I_a \cos \varphi_a \\ Q &= 3V_a I_a \sin \varphi_a \\ S &= 3V_a I_a \end{aligned} \quad (2.2)$$

Teniendo en cuenta que en una red **equilibrada en estrella** $V_L = \sqrt{3}V_a$, $I_L = I_a$, y si es **en triángulo** se verifica: $V_L = V_a$; $I_L = \sqrt{3}I_a$, las expresiones (2.2), pueden ponerse de la forma:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi_a \\ Q &= \sqrt{3}V_L I_L \sin \varphi_a \\ S &= \sqrt{3}V_L I_L \end{aligned} \quad (2.3)$$

En el estudio de circuitos en régimen no-sinusoidal, se pueden definir otras expresiones de la potencia aparente en redes trifásicas, considerando la distorsión.

Para comprender el proceso de transmisión de la potencia en una red trifásica, se consideran los tres circuitos mostrados en la figura 1. En la figura 1(a), se representa una red monofásica con tres receptores en derivación, la figura 1(b) es su triángulo de potencias, y la figura 1(c) es su diagrama fasorial; la intensidad total I atrasa el ángulo φ a la tensión de la red.

La figura 1(d), muestra una red trifásica a cuatro hilos con un receptor desequilibrado; la figura 1(e) representa su triángulo de potencias -idéntico al de la figura 1(b)- y la figura 1(f) el diagrama fasorial. La diferencia de comportamiento de ambas redes es evidente; efectivamente, a partir del triángulo de potencias resultante en el circuito monofásico se obtiene la intensidad I y el factor de potencia; sin embargo, en la red trifásica desequilibrada φ -ángulo entre S y P - no corresponde al desfase de ninguna de las magnitudes de la red, siendo tan sólo un desfase medio que permite definir el factor de potencia aritmético.

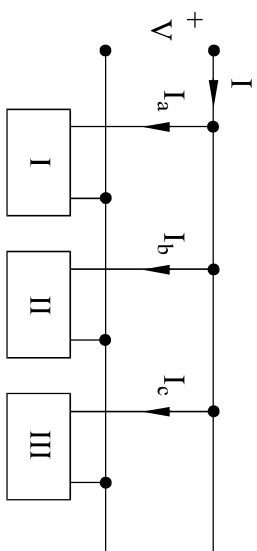


Figura 1(a)

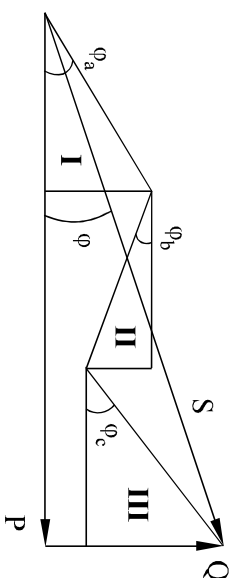


Figura 1(b)

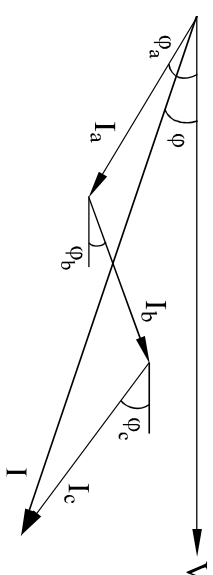


Figura 1(c)

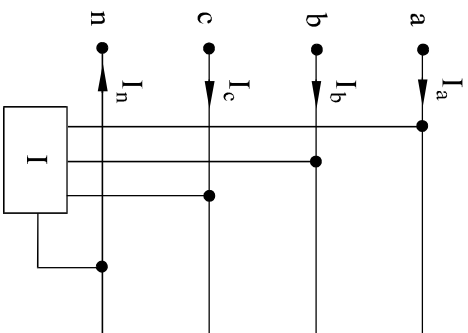


Figura 1(d)

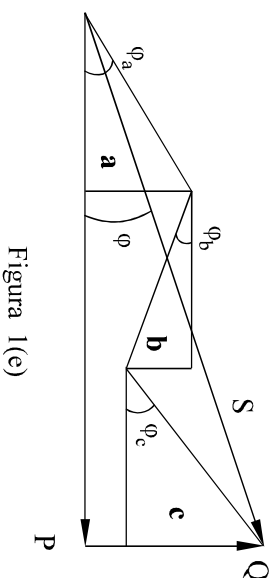


Figura 1(e)

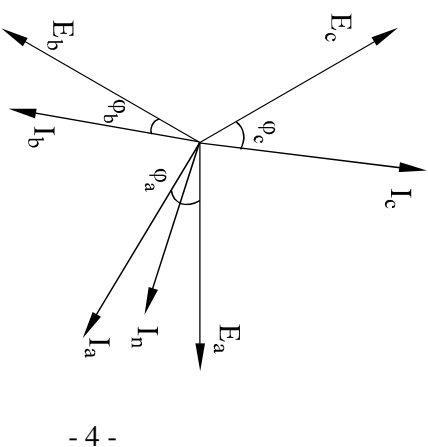


Figura 1(f)

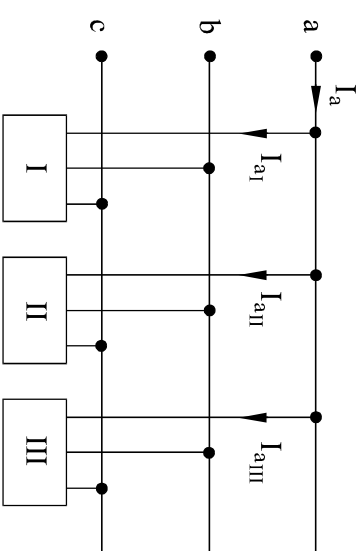


Figura 1(g)

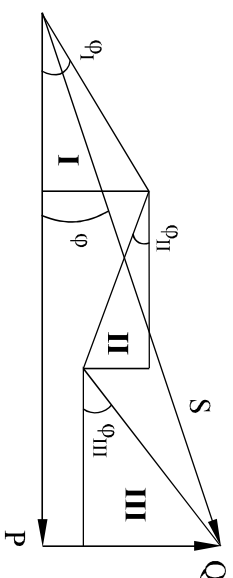


Figura 1(h)

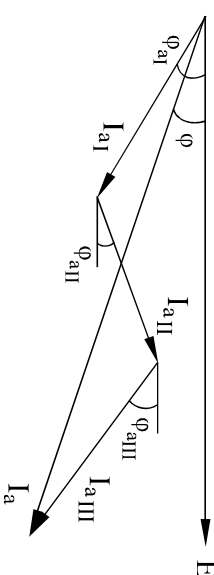


Figura 1(k)

La figura 1(g), muestra una red trifásica alimentando a tres receptores equilibrados, la figura 1(h), su triángulo de potencias -idéntico a los anteriores- y la figura 1(k), el diagrama fasorial correspondiente a su primera fase. La similitud de comportamiento de esta red y la de la figura 1(a) es manifiesta; efectivamente, la intensidad I_a , demandada de la alimentación, atrasa el ángulo φ a la tensión E_a .

Por tanto, si la red trifásica está equilibrada, la transmisión de potencia es similar a la de una monofásica, sin embargo si está desequilibrada los consumos por fase son diferentes, no pudiendo emplearse las mismas técnicas de cálculo que en un circuito monofásico; por otra parte, cada fase actúa con un factor de potencia diferente.

3. TEOREMA DE BOUCHEROT

En 1900, Paul Boucherot, profesor de la Escuela Superior de Electricidad de París, enuncia el siguiente teorema:

En el conjunto de una red, que opera a frecuencia constante, existe conservación de la potencia activa, de una parte, y de la potencia reactiva por otra, lo que constituye el principio de conservación de las energías activa y reactiva, independientemente unas de otras.

Otra variante, la constituye el balance de potencias de una red en corriente alterna sinusoidal:

La suma de potencias activas suministrada por los generadores es igual a la suma de potencias activas consumidas por los receptores; asimismo, la suma de potencias reactivas suministradas por los generadores es igual a la suma de potencias reactivas absorbidas por los receptores.

Para la demostración del teorema, baste apoyarse en el teorema de Tellegen: para cada lazo y corte de una red, se verifican las leyes de Kirchhoff:

$$\sum_{k=1}^r \bar{V}_k = 0 \quad , \quad \sum_{k=1}^r \bar{I}_k = 0 \quad (3.1)$$

Consecuentemente:

$$\sum \bar{I}_k^* = 0.$$

Según Tellegen:

$$\sum_{k=1}^r \bar{V}_k \bar{I}_k^* = 0 \quad (3.2)$$

o, lo que es lo mismo:

$$\sum_{k=1}^r (P_k + jQ_k) = 0 \quad (3.3)$$

es decir:

$$\sum_{k=1}^r P_k = 0 \quad , \quad \sum_{k=1}^r Q_k = 0 \quad (3.4)$$

con lo que el teorema queda demostrado.

4. MEDIDA DE LA POTENCIA ACTIVA

A continuación, se estudian los métodos de medida de la potencia activa en redes trifásicas. Se analiza, en cada caso, lo que mide cada vatímetro en función del régimen de funcionamiento de la red.

4.1 Método de tres vatímetros

Sea el sistema trifásico a cuatro hilos de la figura 2, donde I_i , i_i representan, respectivamente, los valores eficaz e instantáneo de las corrientes de línea; V_{in} , v_{in} son, respectivamente, los valores eficaz e instantáneo de las tensiones de receptor, con i de a a c; con los interruptores K , K_N y K_n , se simulan distintos regímenes de funcionamiento.

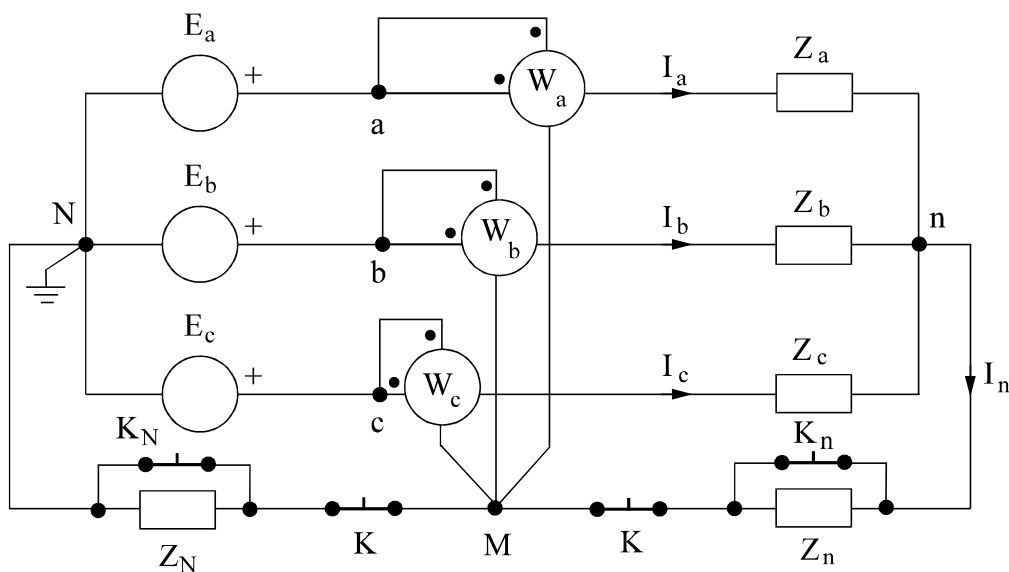


Figura 2. Esquema genérico de red al que se aplica el método de tres vatímetros.

4.1.1 Red a cuatro hilos con impedancia de neutro nula. Los interruptores K , K_N y K_n están cerrados. Por ser una red cuyo neutro tiene una impedancia nula, se verifica:

$$\bar{E}_i = \bar{V}_{in} \quad (4.1)$$

Por tanto:

$$W_a = E_a I_a \cos \varphi_a = V_{an} I_a \cos \varphi_{an} = P_{E_a} = P_{Z_a} \quad (4.2)$$

siendo φ_a el desfase de $E_a - I_a$, y φ_{an} el de $V_{an} - I_a$. Igualmente:

$$W_b = P_{E_b} = P_{Z_b} \quad (4.3)$$

$$W_c = P_{E_c} = P_{Z_c} \quad (4.4)$$

Sumando las lecturas de los tres vatímetros, se obtiene:

$$P_E = P_Z = \sum_{i=a}^c W_i \quad (4.5)$$

Por tanto, en este caso, cada vatímetro mide la potencia generada por cada fase del alternador, que coincide con la consumida por su carga. La suma de las lecturas, de los tres vatímetros es la potencia generada por el alternador, idéntica a la consumida por la carga.

4.1.2 Red a cuatro hilos con impedancia de neutro Z_n . Vatímetros conectados a la salida del alternador. Por tanto, los interruptores K y K_N están cerrados y el K_n abierto. En este caso: $\bar{E}_i \neq \bar{V}_{in}$.

$$W_a = E_a I_a \cos \phi_a = P_{E_a} \neq P_{Z_a} = V_{an} I_a \cos \phi_{an} \quad (4.6)$$

Sumando las lecturas de los vatímetros, resulta:

$$P_E = \sum_{i=a}^c W_i = P_Z + P_{Z_n} \quad (4.7)$$

siendo $P_{Z_n} = I_n^2 R_n$.

Al ser diferentes las tensiones del generador y receptor, la lectura de cada vatímetro coincide con la potencia generada por la fase en la que está conectado.

4.1.3 Red a cuatro hilos con impedancia de neutro Z_n . Vatímetros conectados a la entrada de la carga. Por tanto, los interruptores K y K_N están cerrados y el K_n abierto.

$$W_a = V_{an} I_a \cos \phi_{an} = P_{Z_a} \neq P_{E_a} = E_a I_a \cos \phi_a \quad (4.8)$$

Sumando las lecturas de los vatímetros, resulta:

$$P_Z = \sum_{i=a}^c W_i = P_E - P_{Z_n} \quad (4.9)$$

siendo $P_{Z_n} = I_n^2 R_n$.

La lectura de cada vatímetro, corresponde a la potencia consumida por la impedancia de su respectiva fase.

4.1.4 Red a cuatro hilos con impedancia de neutro ($Z_N + Z_n$). Vatímetros conectados entre el alternador y la carga. En este caso, los interruptores K_n y K_N están abiertos y los K cerrados. La lectura del vatímetro W_a , viene dada por:

$$W_a = V_{aM} I_a \cos(V_{aM}, I_a) \neq P_{E_a} \neq P_{Z_a} \quad (4.10)$$

siendo $\bar{V}_{aM} = \bar{E}_a - \bar{Z}_N \bar{I}_n = \bar{V}_{an} + \bar{Z}_n \bar{I}_n$.

La lectura de cada vatímetro, en función de los valores instantáneos de las magnitudes respectivas, resulta:

$$W_a = \frac{1}{T} \int_0^T i_a v_{aM} dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_a (e_a - Z_N i_n) dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_a (v_{an} + Z_n i_n) dt \quad (4.11)$$

$$W_b = \frac{1}{T} \int_0^T i_b v_{bM} dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_b (e_b - Z_N i_n) dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_b (v_{bn} + Z_n i_n) dt \quad (4.12)$$

$$W_c = \frac{1}{T} \int_0^T i_c v_{cM} dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_c (e_c - Z_N i_n) dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_c (v_{cn} + Z_n i_n) dt \quad (4.13)$$

Por tanto:

$$\sum_{i=a}^c W_i = \frac{1}{T} \int_0^T (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c - Z_N i_n^2) dt \quad (4.14)$$

O también:

$$\sum_{i=a}^c W_i = \frac{1}{T} \int_0^T (v_{an} i_a + v_{bn} i_b + v_{cn} i_c + Z_n i_n^2) dt \quad (4.15)$$

Por tanto:

$$\boxed{\sum_{i=a}^c W_i = P_E - R_N I_n^2 = P_Z + R_n I_n^2} \quad (4.16)$$

En este caso, la suma de las lecturas de los vatímetros es la potencia generada por la fuente, menos las pérdidas del neutro Z_N , o bien, la potencia consumida en la carga más la disipada en la impedancia de neutro Z_n .

4.1.5 Red a tres hilos. En este caso, los interruptores K están abiertos. Si v_M es la tensión del nudo M -neutro artificial- con referencia a N, se verifica:

$$W_a = \frac{1}{T} \int_0^T i_a (e_a - v_M) dt \quad (4.17)$$

$$W_b = \frac{1}{T} \int_0^T i_b (e_b - v_M) dt \quad (4.18)$$

$$W_c = \frac{1}{T} \int_0^T i_c (e_c - v_M) dt \quad (4.19)$$

Sumando miembro a miembro de (4.17) a (4.19), resulta:

$$\sum_{i=a}^c W_i = \frac{1}{T} \int_0^T [e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c - v_M (i_a + i_b + i_c)] dt \quad (4.20)$$

por ser un circuito a tres hilos $\sum_{i=a}^c i_i = 0$, por tanto:

$$\boxed{\sum_{i=a}^c W_i = P_E} \quad (4.21)$$

Por otra parte, se verifica:

$$v_{aM} = v_{an} + v_n - v_M \quad (4.22)$$

Realizando un proceso similar para cada fase, resulta:

$$\boxed{\sum_{i=a}^c W_i = P_Z} \quad (4.23)$$

La tensión $\bar{V}_M$, llamando Z_v a la impedancia de las bobinas voltimétricas de los vatímetros, resulta:

$$\bar{V}_M = \frac{\sum_{i=a}^c \bar{E}_i}{3} \quad (4.24)$$

La expresión (4.24) muestra que si la fuente trifásica de alimentación está desequilibrada, el neutro artificial está a distinta tensión que el potencial de referencia N y, por tanto, la lectura de cada vatímetro es diferente a la potencia generada por cada fase del alternador. Sin embargo, si el alternador suministra unas ff. ee. mm. equilibradas $\sum_{i=a}^c \bar{E}_i = 0$, resultando

$\bar{V}_M = 0$, verificándose $W_i = P_{E_i}$ coincidiendo la lectura de cada vatímetro con la potencia generada por cada fase del alternador, incluso si la red funciona en régimen desequilibrado.

Para que las lecturas de los diferentes vatímetros coincidan con las potencias P_{Z_i} consumidas por la carga, ha de verificarse $\bar{V}_n = 0$ y, por tanto, que la red esté equilibrada.

4.1.6 Red equilibrada. Si el sistema está equilibrado, se verifica:

$$I_a = I_b = I_c$$

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_{an} = \varphi_{bn} = \varphi_{cn}$$

$$E_a = E_b = E_c = V_{an} = V_{bn} = V_{cn}$$

y, por tanto, los tres vatímetros marcarán la misma lectura, en cualquiera de los regímenes de trabajo estudiados, verificándose:

$$W_a = W_b = W_c = P_{E_a} = P_{E_b} = P_{E_c} = P_{Z_a} = P_{Z_b} = P_{Z_c} \quad (4.25)$$

Evidentemente, en este último caso, puede prescindirse de dos vatímetros, resultando el montaje de la figura 3.

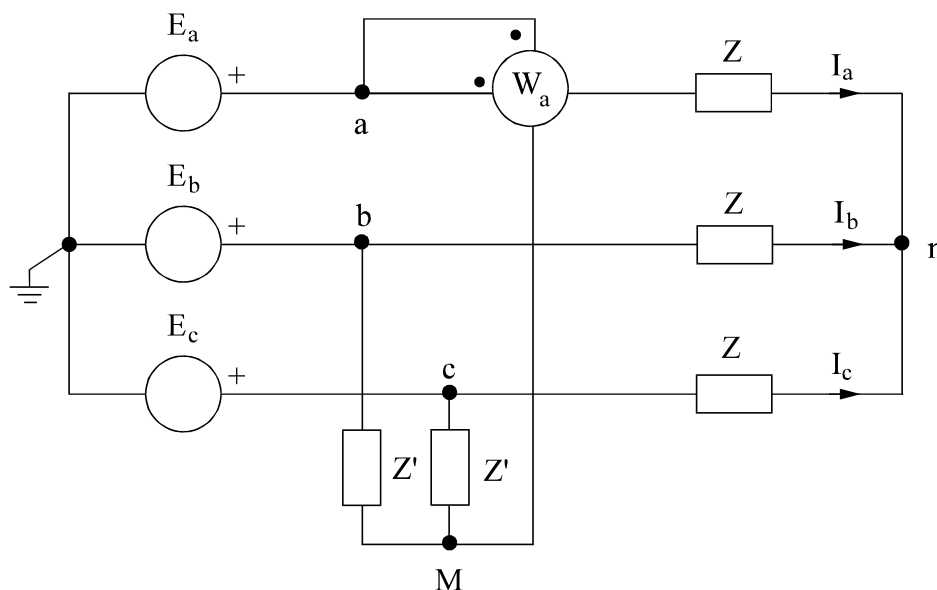


Figura 3. Montaje del método de tres vatímetros de activa en redes equilibradas.

Las impedancias Z' , conectadas entre las fases b-c y el neutro, han de tener el mismo valor que la impedancia de la bobina voltimétrica del vatímetro y su misión es suministrar una tensión equilibrada al vatímetro W_a . Por tanto:

$$P_E = P_Z = 3W_a \quad (4.26)$$

4.2 Método de dos vatímetros. Conexión Aron.

Este método es válido para la medida de la potencia activa en sistemas trifásicos con la sola restricción de que,

$$\sum_{i=a}^c i_i = 0 \quad (4.27)$$

Evidentemente, se trata de un caso particular del método de tres vatímetros; ya que si en el montaje de la figura 2, se conecta el neutro M en la fase 2, W_b marcará cero y, por tanto, este vatímetro puede suprimirse (Figura 4(a)).

Cualquiera de las tres conexiones de la figura 4, permite calcular la potencia activa consumida por el sistema.

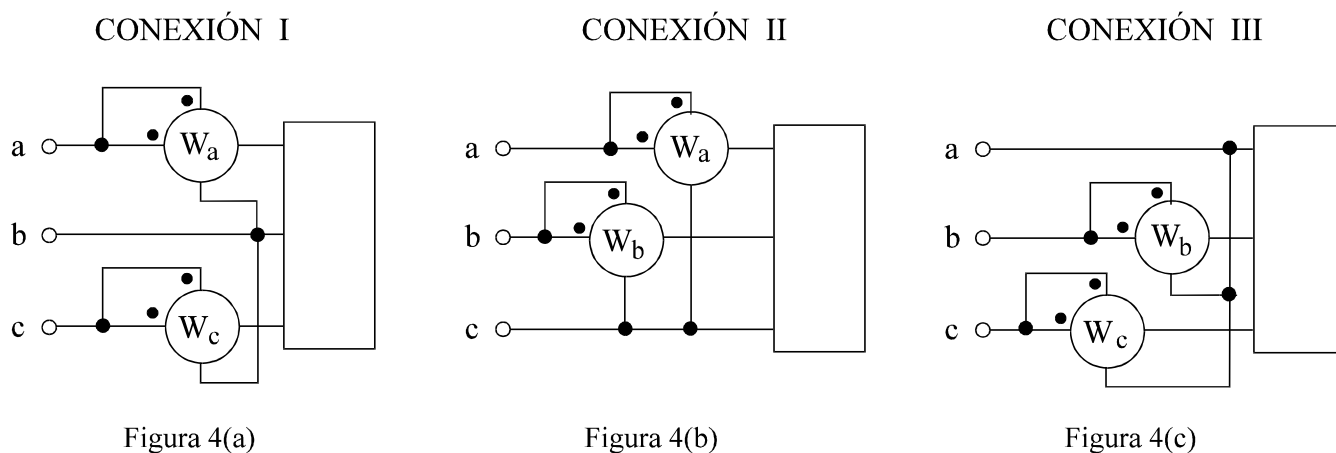


Figura 4. Configuraciones de la conexión Aron.

No obstante, a continuación se demuestra, formalmente, el montaje de la figura 4(a). La potencia instantánea generada por el alternador, viene dada por la expresión:

$$p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (4.28)$$

aplicando (4.27), resulta:

$$p = (v_a - v_b) i_a + (v_c - v_b) i_c \quad (4.29)$$

Por tanto:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (i_a v_{ab} + i_c v_{cb}) dt = W_a + W_c \quad (4.30)$$

Si en vez de i_b , se hubiesen sustituido las otras intensidades, se habrían obtenido los otros montajes de la figura 4.

La conexión Aron tiene la ventaja de suministrar información sobre la potencia reactiva consumida en el caso -frecuente- de que la red esté equilibrada. Se estudia, a continuación, la conexión de la figura 4(a) para un sistema equilibrado; sea I_L la intensidad de línea y V_L la tensión de línea. Se supone, en principio, que el circuito tiene carácter inductivo.

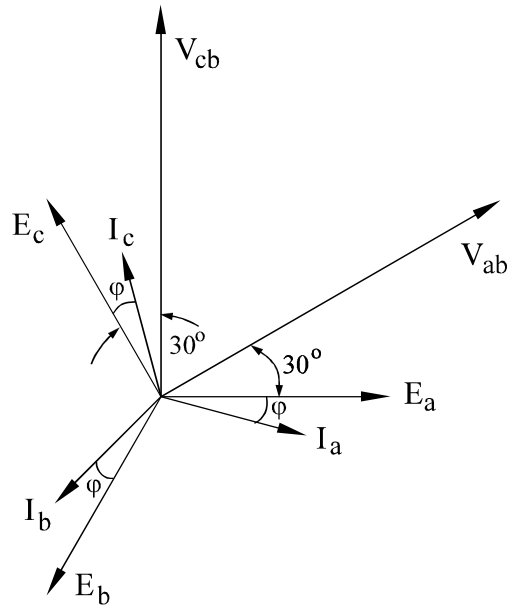


Figura 5. Diagrama fasorial del montaje de la figura 4(a) para una red equilibrada.

En la figura 5, se representa el diagrama fasorial de las tensiones y corrientes aplicadas a los vatímetros W_a y W_c .

Sus lecturas, serán:

$$W_a = V_{ab} I_a \cos(\angle I_a, V_{ab}) \Rightarrow W_a = V_L I_L \cos(30^\circ + \varphi) \quad (4.31)$$

$$W_c = V_{cb} I_c \cos(\angle I_c, V_{cb}) \Rightarrow W_c = V_L I_L \cos(30^\circ - \varphi)$$

Desarrollando (4.31) y operando, resulta:

$$W_a + W_c = 2V_L I_L \cos 30^\circ \cos \varphi = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi \quad (4.32)$$

$$W_c - W_a = 2V_L I_L \sin 30^\circ \sin \varphi = V_L I_L \sin \varphi \quad (4.33)$$

de (4.32), se obtiene:

$$P = W_a + W_c$$

lo que resulta evidente, ya que se había demostrado, anteriormente, que la suma de vatímetros -en cualquier red que cumpliese (4.27)- era la potencia activa consumida.

De (4.33), resulta:

$$Q = \sqrt{3}(W_c - W_a) \quad (4.34)$$

luego en el caso de circuito equilibrado, a partir de (4.34), se determina la potencia reactiva demandada de la red, con lo que queda definido el triángulo de potencias de la carga.

Por tanto:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{3}(W_c - W_a)}{W_a + W_c} \quad (4.35)$$

$$\cos \varphi = \frac{W_a + W_c}{2\sqrt{W_a^2 + W_c^2 - W_a W_c}} \quad (4.36)$$

Cuando los ángulos de desfase de la carga son de 0°, 30°, 60° y 90°, se obtienen los siguientes resultados:

$$\text{Si } \varphi = 0^\circ \left. \begin{array}{l} W_a = \frac{\sqrt{3}V_L I_L}{2} \\ W_c = \frac{\sqrt{3}V_L I_L}{2} \end{array} \right\} W_a = W_c$$

$$P = \sqrt{3}V_L I_L \Rightarrow Q = 0$$

Por tanto, cuando los dos vatímetros indican la misma lectura, el factor de potencia es la unidad y el receptor es resistivo puro.

$$\text{Si } \varphi = 30^\circ \quad \left. \begin{array}{l} W_a = \frac{V_L I_L}{2} \\ W_c = V_L I_L \end{array} \right\} \quad W_c = 2W_a$$

$$P = \frac{3V_L I_L}{2} \Rightarrow Q = \frac{\sqrt{3}V_L I_L}{2}$$

Por tanto, cuando el vatímetro W_c marca el doble que el W_a , se deduce que el factor de potencia es $\sqrt{3}/2$ inductivo.

$$\text{Si } \varphi = 60^\circ \quad \left. \begin{array}{l} W_a = 0 \\ W_c = \frac{\sqrt{3}V_L I_L}{2} \end{array} \right\} \quad W_a = 0$$

$$P = \frac{\sqrt{3}V_L I_L}{2} \Rightarrow Q = \frac{3V_L I_L}{2}$$

Por tanto, cuando el vatímetro W_a marca cero, el factor de potencia es 0'5 inductivo.

$$\text{Si } \varphi = 90^\circ \quad \left. \begin{array}{l} W_a = -\frac{V_L I_L}{2} \\ W_c = \frac{V_L I_L}{2} \end{array} \right\} \quad -W_a = W_c$$

$$P = W_a + W_c = 0 \Rightarrow Q = \sqrt{3}V_L I_L$$

Por tanto, cuando la suma algebraica de las lecturas sea nula, siendo negativa la lectura de W_a , se deduce que el factor de potencia es cero y que el receptor es inductivo puro.

Si la carga fuese capacitiva, (4.34) daría valores negativos. Por tanto, se verifica:

Si $\varphi = -30^\circ$ $W_a = 2W_c$

$$P = \frac{3 V_L I_L}{2} \Rightarrow Q = \frac{-\sqrt{3} V_L I_L}{2}$$

Si $\varphi = -60^\circ$ $W_c = 0$

$$P = \frac{\sqrt{3} V_L I_L}{2} \Rightarrow Q = \frac{-3 V_L I_L}{2}$$

Si $\varphi = -90^\circ$ $-W_c = W_a$

$$P = W_a + W_c = 0 \Rightarrow Q = -\sqrt{3} V_L I_L$$

5. MEDIDA DE LA POTENCIA REACTIVA

Los métodos de determinación de la potencia reactiva, se basan en el cálculo indirecto de ésta, mediante la utilización de vatímetros; para ello, ha de disponerse de una tensión auxiliar cuyo valor eficaz sea conocido y que venga desfasada $\pm 90^\circ$ en relación a la aplicada.

Como el desfase entre las tensiones simples y compuestas de una red trifásica equilibrada en tensiones es de 30° ó 90° , en este tipo de circuitos se puede siempre disponer de tensiones auxiliares adecuadas; por tanto, para la validez de los métodos de medida de la potencia reactiva es condición necesaria que las tensiones trifásicas de alimentación estén equilibradas.

5.1 Método de tres vatímetros

Se deduce del montaje de vatímetros de la figura 2, conectando la bobina voltimétrica, de cada vatímetro, a la tensión atrasada 90° del montaje de potencia activa.

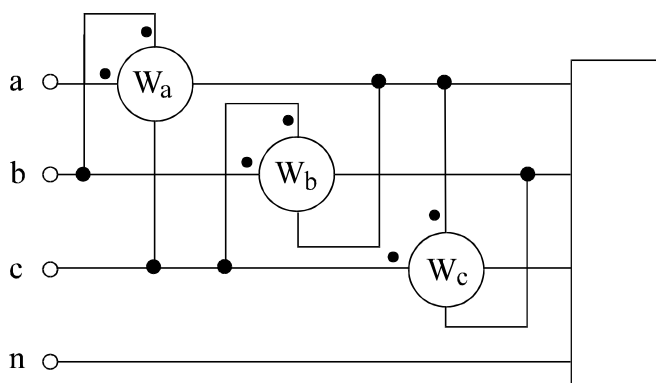


Figura 6. Método de tres vatímetros para la medida de potencia reactiva.

En la figura 6, se muestra la conexión de aparatos, que se justifica por el diagrama fasorial de la figura 7.

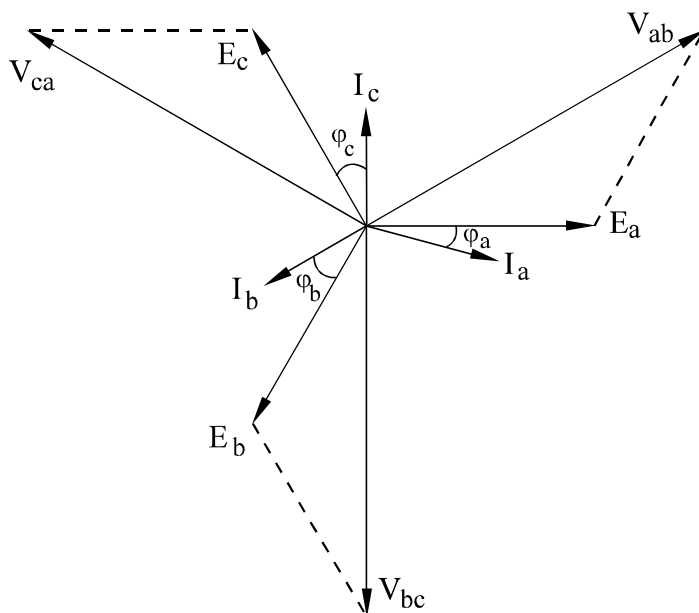


Figura 7. Diagrama fasorial del montaje de la figura 6.

Las lecturas de los vatímetros, serán:

$$W_a = V_{bc} I_a \cos(I_a, V_{bc}) = V_L I_a \cos(90^\circ - \varphi_a) = V_L I_a \sin \varphi_a \quad (5.1)$$

$$W_b = V_{ca} I_b \cos(I_b, V_{ca}) = V_L I_b \cos(90^\circ - \varphi_b) = V_L I_b \sin \varphi_b \quad (5.2)$$

$$W_c = V_{ab} I_c \cos(I_c, V_{ab}) = V_L I_c \cos(90^\circ - \varphi_c) = V_L I_c \sin \varphi_c \quad (5.3)$$

al estar equilibradas las tensiones, se verifica: $V_L = \sqrt{3}E_i$.

$$\text{Por tanto:} \quad W_a = \sqrt{3}Q_a \Rightarrow Q_a = \frac{W_a}{\sqrt{3}} \quad (5.4)$$

$$W_b = \sqrt{3}Q_b \Rightarrow Q_b = \frac{W_b}{\sqrt{3}} \quad (5.5)$$

$$W_c = \sqrt{3}Q_c \Rightarrow Q_c = \frac{W_c}{\sqrt{3}} \quad (5.6)$$

La potencia reactiva total generada por el alternador de alimentación, tiene el valor:

$$Q = \sum_{i=a}^c Q_i = \frac{\sum_{i=a}^c W_i}{\sqrt{3}} \quad (5.7)$$

La lectura negativa de un vatímetro, supone un consumo capacitivo; si algún vatímetro marcase cero, la correspondiente fase del alternador estaría funcionando con factor de potencia unidad.

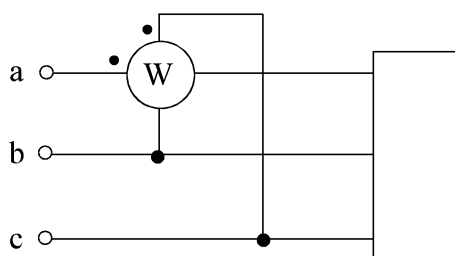


Figura 8. Montaje del método de tres vatímetros para la medida de potencia reactiva en redes equilibradas.

Si la red estuviese equilibrada bastaría el montaje de la figura 8, ya que todos los vatímetros marcarían idéntica lectura; por tanto, resultaría:

$$Q = \sqrt{3}W \quad (5.8)$$

5.2 Método de dos vatímetros

A partir del método de tres vatímetros de activa, se ha deducido el de reactiva con igual número de aparatos, con sólo conectar las bobinas voltimétricas a tensiones atrasadas 90° , respecto a la conexión de activa; de igual manera, se podría llegar al método de dos vatímetros de reactiva, conectando las bobinas voltimétricas a tensiones atrasadas 90° respecto al sistema de activa. No obstante, va a demostrarse a partir del montaje de tres vatímetros utilizando (5.7):

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}T} \int_0^T (i_a v_{bc} + i_b v_{ca} + i_c v_{ab}) dt \quad (5.9)$$

Por ser un sistema a tres hilos: $i_b = - (i_a + i_c)$, luego:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}T} \int_0^T [i_a(v_{bc} - v_{ca}) + i_c(v_{ab} - v_{ca})] dt \quad (5.10)$$

verificándose: $v_{bc} - v_{ca} = -3v_c$; $v_{ab} - v_{ca} = 3v_a$, resultando:

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{T} \int_0^T [i_a(-v_c) + i_c v_a] dt = \sqrt{3}(W_a + W_c) \quad (5.11)$$

La figura 9, muestra la conexión indicada por (5.11).

Este método tiene **dos limitaciones** de aplicación: la general de los montajes de reactiva -equilibrio de las tensiones de alimentación- y la específica del método de dos vatímetros de activa, es decir, que ha de verificarse $\sum_{i=a}^c \bar{I}_i = 0$. M es un neutro artificial con idénticas consideraciones que las indicadas en el montaje de la figura 3.

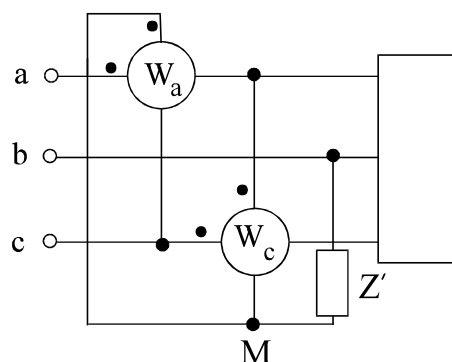


Figura 9. Conexión de dos vatímetros para la medida de potencia reactiva.

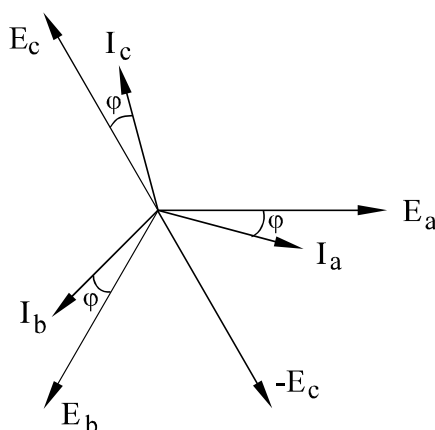


Figura 10. Diagrama fasorial del montaje de dos vatímetros de reactiva para una red equilibrada.

Si la red está equilibrada -igual que sucedía en el método de los dos vatímetros de activa-, el montaje proporciona una información adicional que permite caracterizar la potencia activa consumida por la red. La figura 10, justifica las lecturas de los vatímetros.

$$W_a = E_c I_a \cos[l_a, (-E_c)] = E I_L \cos(60^\circ - \varphi) \quad (5.12)$$

$$W_c = E_a I_c \cos[l_c, E_a] = E I_L \cos(120^\circ - \varphi) \quad (5.13)$$

Operando, se obtiene:

$$W_a + W_c = V_L I_L \sin \varphi \quad \Rightarrow \quad Q = \sqrt{3}(W_a + W_c) \quad (5.14)$$

$$W_a - W_c = V_L I_L \cos \varphi / \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad P = 3(W_a - W_c) \quad (5.15)$$

La expresión (5.14) coincide, como tenía que suceder, con el valor de la potencia reactiva, como en el caso general de desequilibrio de intensidades.

Además (5.15), permite el cálculo de la potencia activa quedando, por tanto, determinado el triángulo de potencias de la carga. Luego:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{W_a + W_c}{\sqrt{3}(W_a - W_c)} \quad (5.16)$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}(W_a - W_c)}{2\sqrt{W_a^2 + W_c^2 - W_a W_c}} \quad (5.17)$$

Cuando los ángulos de desfase de la carga son de 0° , 30° , 60° y 90° , se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{array}{l} \text{Si } \varphi = 0^\circ \\ \left. \begin{array}{l} W_a = \frac{V_L I_L}{2\sqrt{3}} \\ W_c = \frac{-V_L I_L}{2\sqrt{3}} \end{array} \right\} W_a = -W_c \\ Q = 0 \quad \Rightarrow \quad P = \sqrt{3} V_L I_L \end{array}$$

Por tanto, cuando las lecturas de los vatímetros son de igual magnitud y signo contrario, la red funciona con factor de potencia unidad y el receptor es resistivo puro.

$$\text{Si } \varphi = 30^\circ \left\{ \begin{array}{l} W_a = \frac{V_L I_L}{2} \\ W_c = 0 \end{array} \right. \quad W_c = 0$$

$$Q = \frac{\sqrt{3} V_L I_L}{2} \Rightarrow P = \frac{3 V_L I_L}{2}$$

Cuando $W_c = 0$, el factor de potencia es $\sqrt{3}/2$ inductivo.

$$\text{Si } \varphi = 60^\circ \left\{ \begin{array}{l} W_a = \frac{I_L V_L}{\sqrt{3}} \\ W_c = \frac{I_L V_L}{2\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad W_a = 2W_c$$

$$Q = \frac{3 V_L I_L}{2} \Rightarrow P = \frac{\sqrt{3} V_L I_L}{2}$$

Si $W_a = 2W_c$, el factor de potencia es de 0,5 inductivo.

$$\text{Si } \varphi = 90^\circ \left\{ \begin{array}{l} W_a = \frac{I_L V_L}{2} \\ W_c = \frac{I_L V_L}{2} \end{array} \right. \quad W_a = W_c$$

$$Q = \sqrt{3} V_L I_L \Rightarrow P = 0$$

Cuando los dos vatímetros marcan idéntica lectura, el factor de potencia es cero y la red es inductiva pura.

Si el sistema es capacitivo, resulta:

$$\text{Si } \varphi = -30^\circ \Rightarrow W_a = 0, \text{ siendo } W_c < 0$$

$$\text{Si } \varphi = -60^\circ \Rightarrow W_c = 2W_a, \text{ siendo } W_a < 0; W_c < 0$$

$$\text{Si } \varphi = -90^\circ \Rightarrow W_a = W_c, \text{ siendo } W_a < 0; W_c < 0$$

6. MEJORA DEL FACTOR DE POTENCIA TRIFÁSICO

6.1 Generalidades.

Compensación en baja tensión

En baja tensión, la compensación de la energía reactiva se puede realizar con:

- Condensadores fijos.
- Baterías automáticas de condensadores.

Condensadores fijos (se muestra un ejemplo en la figura 11)

En esta configuración se utilizan uno o varios condensadores para obtener la potencia reactiva necesaria.

La conexión se puede realizar:

- Por interruptor de corte en carga o interruptor automático.
- Por contactor.
- Directamente a bornes del receptor a compensar y maniobrado conjuntamente.

La utilización de esta configuración se suele aplicar en:

- En bornes de los dispositivos inductivos (motores y transformadores).
- En los casos en los que el nivel de carga es razonablemente constante, y no hay riesgo de sobrecompensación.

En el Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión (REBT) en la Instrucción Técnica Complementaria ITC-BT 43 - Apartado 2.7, Compensación del factor de potencia, se deduce que:

- Se podrá realizar la compensación de la energía reactiva pero en ningún momento la energía absorbida por la red podrá ser capacitiva.
- Se podrá realizar la compensación fija para uno o varios receptores siempre que funcionen por medio de un único interruptor, es decir simultáneamente.

- Para compensar la totalidad de la instalación se deberá instalar un equipo automático.

En **la práctica** se realiza la compensación **fija** de algunos motores y de transformadores y una compensación **automática** para la compensación global en cabecera de la instalación.



Figura 11. Ejemplo de condensadores de compensación de valor fijo

Baterías de condensadores automáticos (se muestra un ejemplo en la figura 12).

Este tipo de equipos proporciona a la instalación la reactiva necesaria dentro de unos límites cercanos a un nivel seleccionado del factor de potencia.

Generalmente se colocan en los puntos de una instalación en los que las variaciones de potencia activa o reactiva son importantes, por ejemplo:

- En la cabecera de la instalación en el embarrado del Cuadro General de Baja Tensión (CGBT).
- En la salida de un cuadro secundario muy cargado.



Figura 12. Ejemplo de equipos de regulación de compensación automática.

Principios y motivos del uso de la compensación automática

Un equipo de compensación automática debe ser capaz de adecuarse a las variaciones de potencia reactiva de la instalación para conseguir mantener el $\cos \phi$ objetivo de la instalación. Está constituido por 3 elementos principales (figura 13):

El regulador: cuya función es medir el $\cos \phi$ de la instalación y dar las órdenes a los contactores para intentar aproximarse lo más posible al $\cos \phi$ objetivo, conectando los distintos escalones de potencia reactiva.

Los contactores: son los elementos encargados de conectar los distintos condensadores que configuran la batería. El número de escalones que es posible disponer en un equipo de compensación automática depende de las salidas que tenga el regulador.

Los condensadores: son los elementos que aportan la energía reactiva a la instalación.

Además, para el correcto funcionamiento de un equipo de compensación automática, es necesaria la toma de datos de la instalación; son los elementos externos que le permiten actuar correctamente al equipo:

- La lectura de intensidad: se debe conectar un transformador de intensidad que lea el consumo de la totalidad de la instalación (ver figura 13).
- La lectura de tensión: normalmente se incorpora en la propia batería de manera que al efectuar la conexión de potencia de la misma ya se obtiene este valor.

Esta información de la instalación (tensión e intensidad) le permite al regulador efectuar el cálculo del $\cos \phi$ existente en la instalación en todo momento y le capacita para tomar la decisión de introducir o sacar escalones de potencia reactiva.

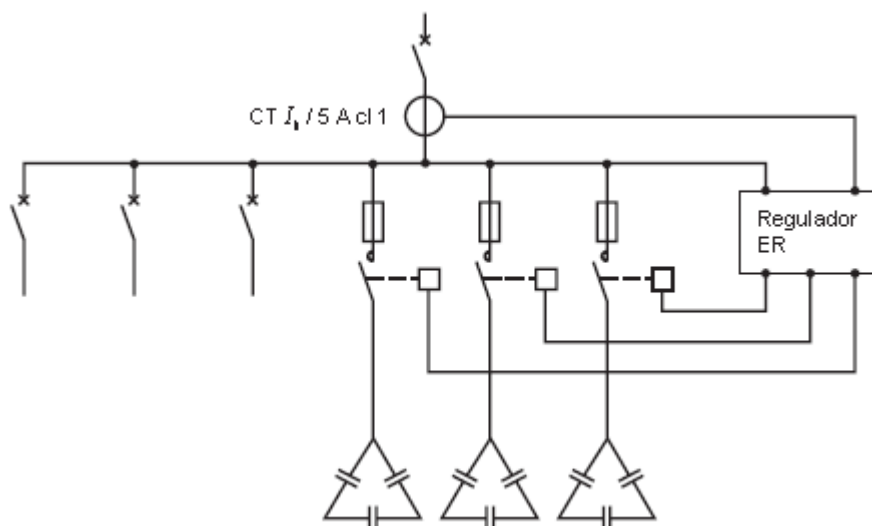


Figura 13. Principio de control de compensación automática.

Normas aplicadas habitualmente para la elección entre compensación fija o automática

Cuando la demanda de kVAr es inferior o igual al 15% de la potencia nominal del transformador de potencia, es posible la utilización de condensadores fijos. Para valores superiores al 15%, es recomendable instalar una batería de condensadores automática.

La ubicación de los equipos de compensación dentro de una instalación puede ser:

- Global (un equipo para toda la instalación).
- Parcial (grupo a grupo de receptores).
- Individual (en cada receptor).

En principio, la compensación ideal, a nivel técnico, es aquella que se aplica en el mismo punto de demanda.

En la práctica, los factores técnicos y económicos determinarán la elección del equipo.

Compensación global (se muestra en la figura 14)

Principio

La batería de condensadores está conectada al embarrado del cuadro de distribución principal de baja tensión y permanece en servicio durante el periodo de carga normal.

Ventajas

- Suprime las penalizaciones por un consumo excesivo de energía reactiva.
- Ajusta la potencia aparente (S en kVA) a la necesidad real de la instalación.
- Descarga el centro de transformación (potencia disponible en kW).

Observaciones

- La corriente reactiva (I_r) está presente en la instalación desde el nivel 1 hasta los receptores.
- Las pérdidas por efecto Joule en los cables no quedan disminuidas.

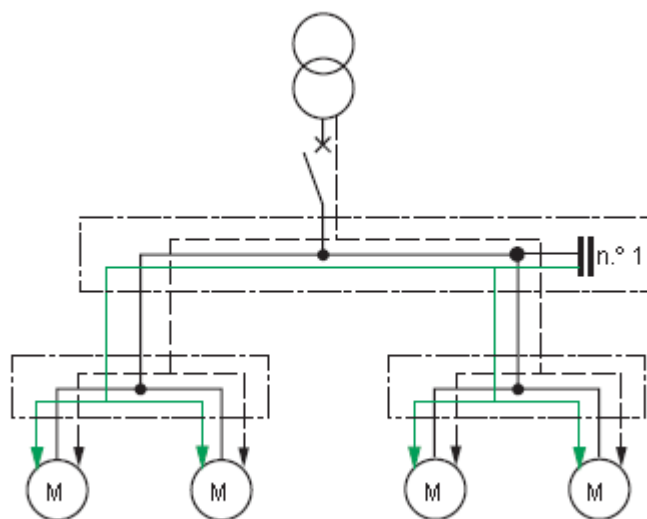


Figura 14.
Compensación
global

Compensación por grupos (se muestra en la figura 15)

Principio

Los equipos de compensación están conectados en el embarrado de cada cuadro de distribución local, tal como se muestra en la figura 15.

Una parte significativa de la instalación se ve beneficiada por este tipo de compensación, sobre todo los cables de alimentación del CGBT y cada uno de los cuadros de distribución secundarios en los que se aplican las medidas de compensación.

Ventajas

- Suprime las penalizaciones por un consumo excesivo de energía reactiva.
- Optimiza una parte de la instalación, la corriente reactiva no se transporta entre los niveles 1 y 2.
- Descarga el centro de transformación (potencia disponible en kW).
- Reducción de la sección de cables aguas arriba.

Observaciones

- La corriente reactiva (I_r) está presente en la instalación desde el nivel 2 hasta los receptores.
- Las pérdidas por efecto Joule en los cables disminuyen.
- Riesgo de sobrecompensación, si hay grandes variaciones de carga.

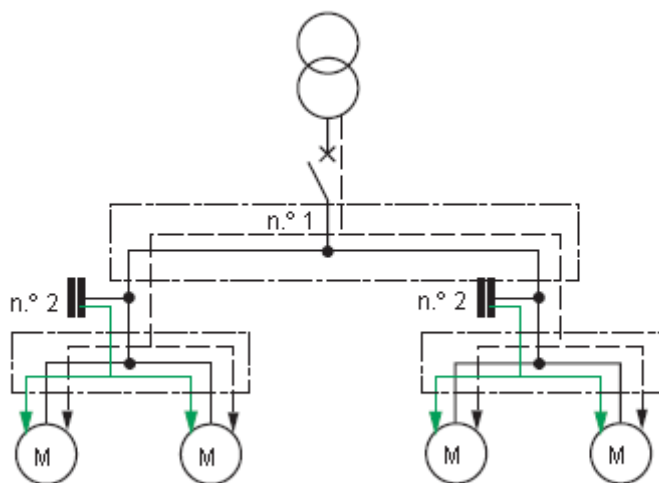


Figura 15.
Compensación por
grupos

Compensación individual

Principio

Los condensadores se conectan directamente en bornes de los receptores (especialmente motores).

Es **recomendable utilizar la compensación individual** cuando la potencia del motor es significativa con respecto al conjunto de la potencia total demandada por la instalación. Generalmente la potencia reactiva a compensar está sobre un **25% de la potencia del motor**, en kW.

Igualmente se recomienda utilizar la **compensación fija** para **compensar el transformador de potencia**; tanto para vacío o como para plena carga.

Ventajas

- Suprime las penalizaciones por un consumo excesivo de energía reactiva.
- Optimiza toda la instalación eléctrica. La corriente reactiva I_r se abastece en el mismo lugar de su consumo.
- Descarga el centro de transformación (potencia disponible en kW).

Observaciones

- La corriente reactiva no está presente en los cables de la instalación.
- Las pérdidas por efecto Joule en los cables se suprimen totalmente.

6.2 Corrección del factor de potencia en sistemas trifásicos.

Solo se va a considerar la corrección del factor de potencia en sistemas trifásicos equilibrados.

Para mejorar el factor de potencia de un receptor trifásico equilibrado inductivo (el 99% de los receptores industriales lo son) hay que colocar, en paralelo al receptor, una batería de condensadores conectados en estrella o en triángulo.

Si el receptor (o la instalación trifásica de la figura 16) consume una potencia activa P_I , una potencia reactiva Q_I , con un $\cos \phi_I$, para una línea trifásica de tensión V_L , el valor de la potencia reactiva será:

$$Q_I = P_I \operatorname{tg} \phi_I$$

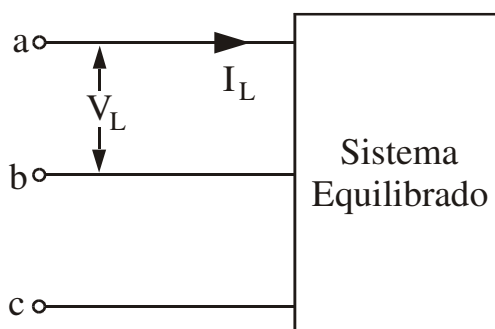


Figura 16. Esquema de una instalación eléctrica equilibrada

Si lo que se desea es disminuir esta potencia reactiva hasta un valor Q' y, por tanto, hasta un nuevo factor de potencia $\cos \phi'$, se tendrá que instalar una batería de condensadores con una capacidad tal, que suministre una potencia reactiva:

$$Q_r = Q_I - Q' = P_I \operatorname{tg} \phi_I - P_I \operatorname{tg} \phi' = P_I (\operatorname{tg} \phi_I - \operatorname{tg} \phi')$$

Conociendo la potencia reactiva que aportan los condensadores, se puede calcular la capacidad de éstos.

Condensadores conectados en triángulo:

Sea el circuito de la figura 17.

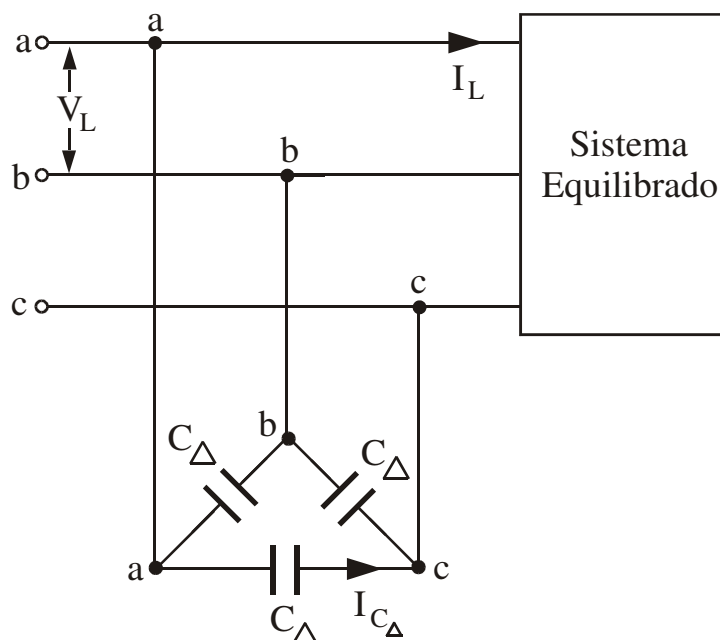


Figura 17. Esquema de la conexión de un triángulo de condensadores en paralelo con un receptor trifásico equilibrado inductivo.

La potencia reactiva suministrada por los tres condensadores en triángulo, será:

$$Q_{C_{\Delta}} = 3I_{C_{\Delta}}^2 X_{C_{\Delta}} = 3 \left(\frac{V_L}{1/\omega C_{\Delta}} \right)^2 \frac{1}{\omega C_{\Delta}} = 3 V_L^2 C_{\Delta}^2 \omega^2 \frac{1}{C_{\Delta} \omega} = 3 V_L^2 C_{\Delta} \omega$$

Como la potencia a compensar es:

$$Q_r = P_I (tg\phi_I - tg\phi')$$

se tendrá:

$$P_I (tg\phi_I - tg\phi') = 3 V_L^2 C_{\Delta} \omega$$

Por tanto, la capacidad de cada condensador C_{Δ} , será:

$$C_{\Delta} = \frac{P_I (\operatorname{tg} \phi_I - \operatorname{tg} \phi')}{3 V_L^2 \omega} \text{ faradios.}$$

Condensadores conectados en estrella:

Sea el circuito de la figura 18.

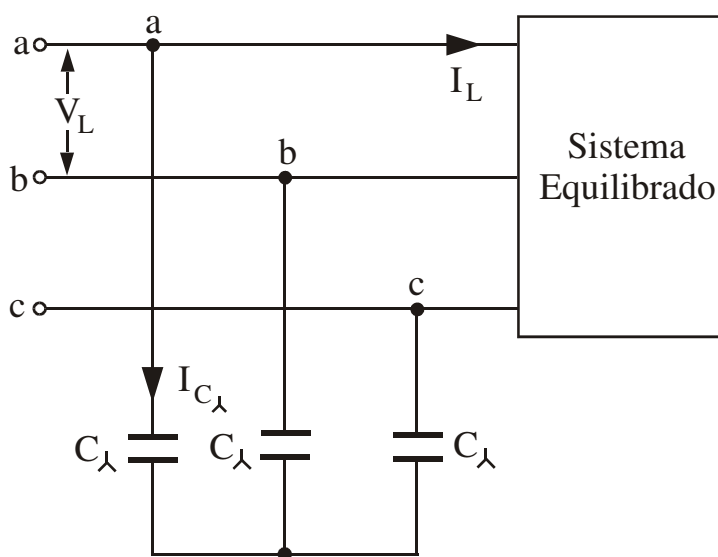


Figura 18. Esquema de la conexión de una estrella de condensadores en paralelo con un receptor trifásico equilibrado inductivo.

La potencia reactiva suministrada por los tres condensadores que forman la estrella, es:

$$Q_{C_{\lambda}} = 3 I_{C_{\lambda}}^2 X_{C_{\lambda}} = 3 \left(\frac{V_L / \sqrt{3}}{1 / \omega C_{\lambda}} \right)^2 \frac{1}{\omega C_{\lambda}} = 3 \frac{V_L^2 C_{\lambda} \omega}{3} = V_L^2 C_{\lambda} \omega$$

Por consiguiente, la capacidad de cada condensador C_{λ} , será:

$$C_{\lambda} = \frac{Q_r}{V_L^2 \omega} = \frac{P_I (\operatorname{tg} \phi_I - \operatorname{tg} \phi')}{V_L^2 \omega} \text{ faradios.}$$

Comparando las expresiones de las capacidades obtenidas para los condensadores en estrella y en triángulo, se comprueba:

$$C_{\Delta} = \frac{C_{\lambda}}{3}$$

Se puede **concluir** que: La capacidad “individual” de cada condensador conectado en triángulo es la tercera parte de la del condensador que se conecta en estrella, ya que corrige el factor de potencia en un mismo valor, para un apotencia activa, frecuencia, $\cos\phi$ inicial y tensiones dadas. Por el contrario, la tensión que debe soportar el condensador conectado en estrella es solamente $\frac{1}{\sqrt{3}}$ de la tensión en bornes del condensador conectado en triángulo.

Se va a estudiar un **caso más general con un ejemplo de aplicación.**

EJEMPLO DE INSTALACIÓN TRIFÁSICA.

$$Q_I = 26,25 \text{ kvar(i)}.$$

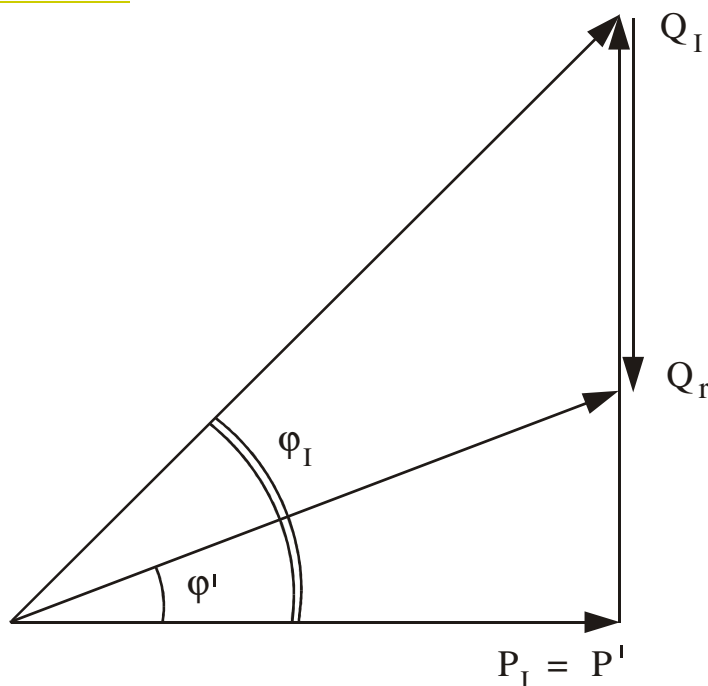
$$\phi_I = 43,81^\circ \Rightarrow \cos \phi_I = 0,72(i).$$

$$P_I = P' = 27,36 \text{ kW}.$$

Se pide mejorar el factor de potencia hasta 0,9 (i) a tensión constante, con condensadores de características:

$$V_C = 150 \text{ V}; \quad f_C = 60 \text{ Hz}.$$

$$Q_C = 1 \text{ kvar(c)}.$$



SOLUCIÓN:

$$\cos \phi' = 0,9 \text{ (i)} \Rightarrow \phi' = 25,84^\circ$$

Entonces:

$$Q' = P' \operatorname{tg} \phi' = 13,25 \text{ kvar(i)}. \Rightarrow Q_r = - 13 \text{ kvar}.$$

RECEPTORES EN ESTRELLA

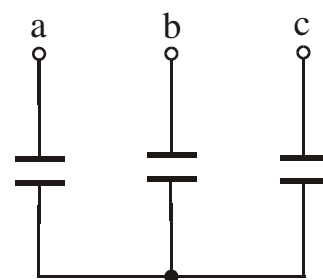
Cada condensador en la λ sometido a la tensión simple: $\frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ V}$

$$Q'_C = \left(\frac{127}{150} \right)^2 \cdot \frac{50}{60} \cdot 1000 = 0,597 \text{ kvar(c)}.$$

$$Q_\lambda = 3Q'_C = 1,792 \text{ kvar(c)}.$$

$$n^\circ \lambda = \frac{|Q_r|}{Q_\lambda} = \frac{13}{1,792} = 7,25$$

$$7 \text{ estrellas} \cdot \frac{3 \text{ Cond.}}{\text{estrella}} = 21 \text{ condensadores}$$



RECEPTORES ES TRIÁNGULO

Cada condensador en el Δ sometido a la tensión compuesta $V_L = 220 \text{ V}$:

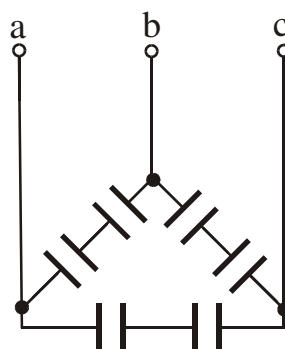
Como pueden soportar un máximo de $150 \text{ V} \Rightarrow$ habrá que situar dos condensadores en serie en cada lado del triángulo soportando $\frac{220}{2} \text{ V}$

$$Q'_C = \left(\frac{220/2}{150} \right)^2 \cdot \frac{50}{60} \cdot 1000 = 0,448 \text{ kvar(c)}.$$

$$Q_\Delta = 6Q'_C = 2,688 \text{ kvar(c)}.$$

$$n^\circ \Delta = \frac{|Q_r|}{Q_\Delta} = \frac{13}{2,688} = 4,83$$

$$5 \text{ triángulos} \cdot \frac{6 \text{ Cond.}}{\text{triángulo}} = 30 \text{ condensadores}$$



La selección del receptor capacitivo dependerá por tanto, de los condensadores disponibles, concretamente de la tensión máxima en bornes del mismo.