

G414: Álgebra y Geometría*Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales*

Universidad de Cantabria

Tema 1: Matrices

Nota: Estos ejercicios están pensados para realizar a mano. Aunque es muy recomendable resolver también con ayuda de MATLAB los ejercicios 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12 y 13.

1) Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) $13 \in \mathbb{Q}$
- b) $2 \notin \mathbb{R}$
- c) $-2 \in \mathbb{N}$
- d) $-2+3i \notin \mathbb{R}$
- e) $2,45 \in \mathbb{Q}$
- f) Si $B \subset A$ entonces todos los elementos de B pertenecen a A.
- g) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$
- h) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{I}$
- i) Todo número irracional es un número real.
- j) El conjunto $\{0, 1, 2\}$ es equivalente al conjunto $\{1, 0, 2\}$.
- k) Sea una matriz cuadrada si $a_{i,j} = 0 \ \forall i = j$, A es una matriz diagonal.
- l) Sea una matriz cuadrada si $a_{i,j} = 0 \ \forall i > j$, A es una matriz triangular superior.

2) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

realiza, si es posible, las siguientes operaciones:

- a) $3D - 2A$
- b) $B - C^t$
- c) $D + BC$
- d) $AD + BD$
- e) $B^t B$
- f) BB^t
- g) EAF
- h) $B^t C^t - (CB)^t$

3) Calcula los siguientes determinantes:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \quad |B| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 12 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \quad |C| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & -12 & 3 & 2 \\ 5 & -3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

4) Halla los valores del parámetro a para los cuales A sería singular:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ a & 0 & 1 \\ 2 & a & -2 \end{pmatrix}$$

5) Calcula, si existe, la inversa de las siguientes matrices. Para ello utiliza (e indica) la matriz adjunta (o de cofactores):

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

- 6) Obtén la matriz incógnita X en las siguiente ecuación matricial: $ABX = C$.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- 7) Obtén la matriz incógnita X en las siguiente ecuación matricial: $A^2X = B$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

- 8) Resolver la ecuación matricial $AXB = C$, con:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 9) Obtén el resultado de: $E_{1,2}E_2(3)AE_{2,3}(2)$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

- 10) Mediante operaciones elementales, transforma las siguientes matrices en escalonadas equivalentes por filas, indicando las operaciones elementales realizadas. Determina además a partir de las matrices escalonadas equivalentes por filas su rango, y el determinante en el caso de la matriz A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 10 & -11 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

- 11) Determina el rango de la matriz A en función del parámetro a :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & a & 2 \\ a & -1 & a-2 \end{pmatrix}$$

- 12) Mediante operaciones elementales, obtén una matriz escalonada reducida equivalente por filas a la matriz A . Determina su rango:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

- 13) Determina, mediante el método de escalonamiento de Gauss Jordan las matrices inversas de las siguientes matrices. Expresa dichas inversas como producto de matrices elementales.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ con } a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0 \in \mathbb{R}$$