

G414: Álgebra y Geometría*Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales*

Universidad de Cantabria

Tema 2: Sistemas de Ecuaciones Lineales

Nota: Estos ejercicios están pensados para realizar a mano. Es muy recomendable resolver también con ayuda de MATLAB los ejercicios 4, 5, 6, 7, 8 y 12. Para los ejercicios 7 y 8 será muy útil GeoGebra.

- 1) Escribe el siguiente sistema en su **forma matricial**, determina su **matriz ampliada** y **clasifícalo** como compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

- 2) Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de Cramer:

a)

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + y - z = 2 \\ 4x - 2y + z = 3 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ -3x + 4y + 5z = 0 \\ -x - 7y + 8z = 0 \end{cases}$$

- 3) Clasifica los sistemas lineales con las matrices ampliadas siguientes como compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible, en función de los parámetros a y b .

a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & a & 2 \\ 0 & 0 & b-1 & b-1 \end{array} \right)$$

b)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & a-1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & a-2 & 3 \end{array} \right)$$

- 4) Resolver los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)

$$\begin{cases} 3x + 3y + 8z = 1 \\ x + 4y - 4z = 3 \\ 3y + 2z = 7 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + y + z + t = 7 \\ x + y + 2t = 8 \\ 2x + 2y + 3z = 10 \\ -x - y - 2z + 2t = 0 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} x + y + z + t = 7 \\ x + y + 2t = 5 \\ 2x + 2y + 3z = 10 \\ -x - y - 2z + 2t = 0 \end{cases}$$

- 5) El cajero automático de una determinada entidad bancaria sólo admite billetes de 50, 20 y de 10 euros. Los viernes depositan en el cajero 225 billetes por un importe total de 7000€. Averigua el número de billetes de cada valor depositado, sabiendo que la suma del número de billetes de 50 y de 10 es el doble que el número de billetes de 20 euros.
- 6) Obtén la solución de ambos sistemas resolviendo uno solo de ellos. Para ello utilizar el teorema de la descomposición de la solución de un sistema lineal.

$$I : \begin{cases} y - 2z + 2t = -7 \\ x + y - 4z + 5t + 2p = -23 \\ -x + 3y - 4z + 3t = 3 \end{cases}$$

$$II : \begin{cases} y - 2z + 2t = 0 \\ x + y - 4z + 5t + 2p = 0 \\ -x + 3y - 4z + 3t = 0 \end{cases}$$

- 7) Determina si las siguientes rectas tienen un punto de intersección común: $2x + 3y = -1$, $6x + 5y = 0$ y $2x - 5y = 7$. En caso afirmativo obtén las coordenadas de dicho punto.
- 8) En $\mathbb{R}^3$ se consideran los planos: $\Pi_1 : 2x - y + z = 3$ y $\Pi_2 : x + y - 2z = 1$. Determina la intersección de ambos planos en forma vectorial paramétrica, ¿qué lugar geométrico representa?
- 9) En $\mathbb{R}^3$ se consideran los planos: $\Pi_1 : 2x - 2y + az = 0$ y $\Pi_2 : -3x + 3y + 3z = 0$, donde a es un parámetro. Determina el lugar geométrico de la intersección de los mismos en función del parámetro a .
- 10) Determina la condición que debe imponerse a a , b y c para que el siguiente sistema tenga solución:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2x + 6y - 11z = b \\ x - 2y + 7z = c \end{cases}$$

- 11) Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de la factorización LU . Calcula a partir de dicha factorización los determinante de las matrices de coeficientes del sistema.:

a)

$$\begin{cases} x - 3z &= -2 \\ 2x + 3y - 6z &= -1 \\ 4x + 6y - 11z &= -1 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x - 2y - 3z &= 2 \\ 2x + y + z &= 1 \\ x + 3y - 2z &= -1 \end{cases}$$

- 12) Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de la factorización LU . Además calcula el determinante de la matriz de coeficientes.

$$I : \begin{cases} 2x_2 - x_3 &= -1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 2 \\ -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= 3 \end{cases} \quad II : \begin{cases} 2x_2 - x_3 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= 2 \end{cases}$$