

Métodos Matemáticos en la Ingeniería

Ejercicios: Aritmética Computacional

Ejercicios preliminares (repaso de programación)

- 0.1:** Hallar la suma $S_n = \sum_{i=1}^n i$ y comparar con $A_n = n(n+1)/2$, para $n = 100, 200, 400, 800$. Utilizar A_n para calcular la suma para TODOS n entre 1 y 100 y guardar el resultado en un vector.
- 0.2:** Crear un vector de 10 números y una matriz 10×10 , guardarlos en el archivo `variables.mat`, quitarlos de memoria (comprobar utilizando `whos`), restaurar los valores.
- 0.3:** Representar gráficamente la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \leq 0, \\ 2x - 0,5x^2 + 2, & x > 0 \end{cases}$$

- 0.4:** Escribir una función que calcule la suma de las cifras de un número natural.
- 0.5:** Se define el máximo común divisor (*MCD*) de dos o más números enteros al mayor número entero que los divide sin dejar residuo. El MCD $mcd(a, b)$ se calcula utilizando el algoritmo de Euclides:
- a) Si b es un divisor de a , entonces $mcd(a, b) = b$.
 - b) Si r es el residuo de la división de a entre b , entonces $mcd(a, b) = mcd(b, r)$.

Realizar el algoritmo Euclides para calcular MCD. Hallar $mcd(42, 56)$.

- 0.6:** Para un n dado, construir un vector lógico que para cada $i = 1..n$ contiene una secuencia de i elementos (1 si i es par, 0 si i es impar), en orden reverso. Por ejemplo, para $n = 3$, el resultado de la función será $[0, 0, 0, 1, 1, 0]$.

Tema 1. Aritmética Computacional

1.1: Escribe una función que transforma un número decimal positivo a binario con n decimales.

1.2: Escribe una función que transforma dado número al número de punto flotante (precisión simple).

1.3: El logaritmo natural corresponde a la función inversa de la función exponencial natural:

$$x = \ln(\exp(x)) = \exp(\ln(x)).$$

Muestra con un ejemplo que en aritmética computacional no es exactamente así.

1.4: Escribe el código que comenzando de 1 y dividiendo entre 2 en un bucle encuentra el menor valor ε , así que $1 + \varepsilon > 1$. Qué es este número? Comparar con la constante `eps`.

1.5: Sea $\mu = \epsilon_M/2$, donde ϵ_M representa la precisión de la máquina en el estándar IEEE de precisión doble. Se realizan las siguientes operaciones en una máquina que opera bajo dicho estándar:

- a) $1 + \mu - 1$
- b) $-1 + \mu + 1$
- c) $(1 + 2\mu) + \mu - 1$
- d) $(1 + 2\mu) + \mu - (1 + 2\mu)$

Ejecútalas y explica los resultados.

1.6: Reformula las siguientes expresiones de manera que su evaluación numérica sea estable:

- a) $\frac{1}{1+2x} - \frac{1-x}{1+x}$ para $|x| \ll 1$
- b) $\sqrt{x + \frac{1}{x}} - \sqrt{x - \frac{1}{x}}$ para $|x| \gg 1$

1.7: Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}, \quad |x| \neq 1.$$

¿Para qué valores de x es difícil calcular precisamente la expresión en aritmética de punto flotante? Reformula la expresión de manera que su evaluación numérica sea estable.

1.8: Para calcular el punto medio m de un intervalo $[a, b]$, ¿cuál de las siguientes expresiones es preferible en aritmética de punto flotante? ¿Cuándo? ¿Por qué?

- a) $m = \frac{a+b}{2,0}$
- b) $m = a + \frac{b-a}{2,0}$

1.9: Construir un algoritmo que calcule las raíces de una ecuación cuadrática en todas las situaciones posibles, incluyendo los casos problemáticos cuando $\sqrt{b^2 - 4ac} \approx |b|$.

1.10: Se puede calcular e^x utilizando el desarrollo en serie de la función exponencial:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

- a) Suma los 100 primeros términos de la serie para calcular e^{-30} .
- b) Compara con $\exp(-30)$. Explicar los resultados.
- c) Formula el problema para obtener la estimación más precisa.