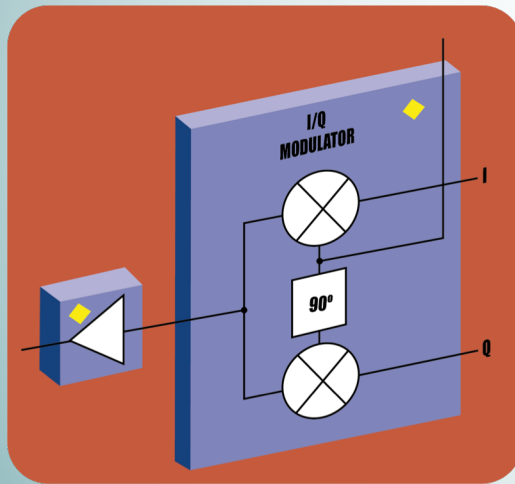


Electrónica de Radiofrecuencia

TEMA 1. INTRODUCCIÓN

1.3 PARÁMETROS DE SCATTERING



Juan Pablo Pascual Gutiérrez

Enrique Villa Benito

Luisa María de la Fuente Rodríguez

José Ángel García García

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES

Este material se publica bajo la siguiente licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



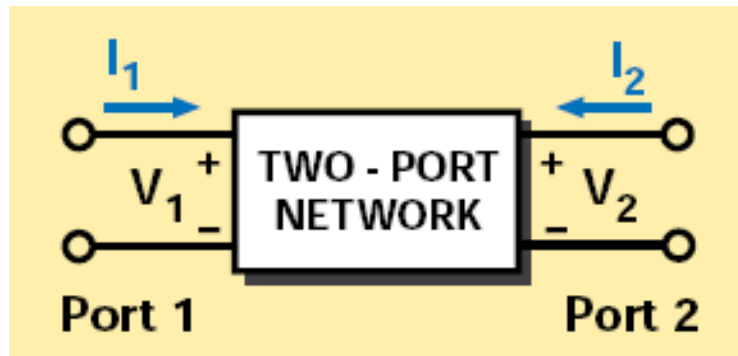
Parámetros de Scattering

Índice:

- Descripción lineal de bipuertas (Y, Z, H , ABCD)
- Necesidad de los parámetros de Scattering.
- Definición de los parámetros de Scattering
- Propiedades: reciprocidad, red sin pérdidas
- Medida de parámetros S: El analizador de redes. Calibración
- Definición parámetros T. Planos de referencia. Técnicas de de-embedding
- Definición de parámetros S para impedancias distintas de la de referencia
- Definición de ganancia en transferencia
- Otras expresiones que emplean parámetros S: coeficiente de reflexión de bipuerta cargada, ganancia en voltaje, ganancia en potencia, ganancia disponible, ganancia unilateral, etc.

Parámetros de Scattering

- La descripción de un circuito en régimen lineal (no distorsión, ni saturación, etc.) con dos puntos de acceso referidos a masa (puertos) se puede hacer mediante matrices de admitancia [Y], impedancia [Z], parámetros ABCD, parámetros [H], etc. cuando se usan como referencia voltajes o corrientes en los puertos. Ej. [Y]

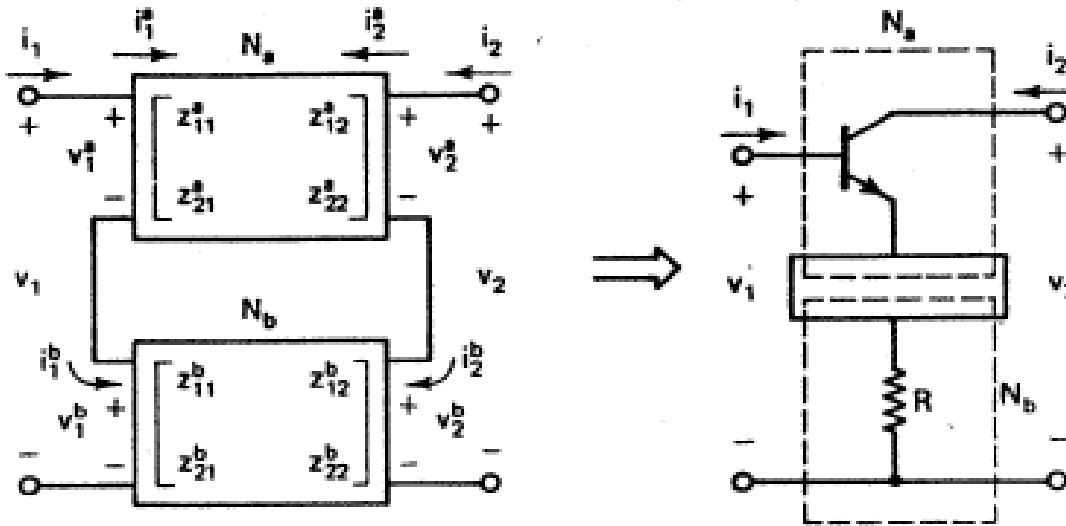


$$I_1 = y_{11} V_1 + y_{12} V_2$$

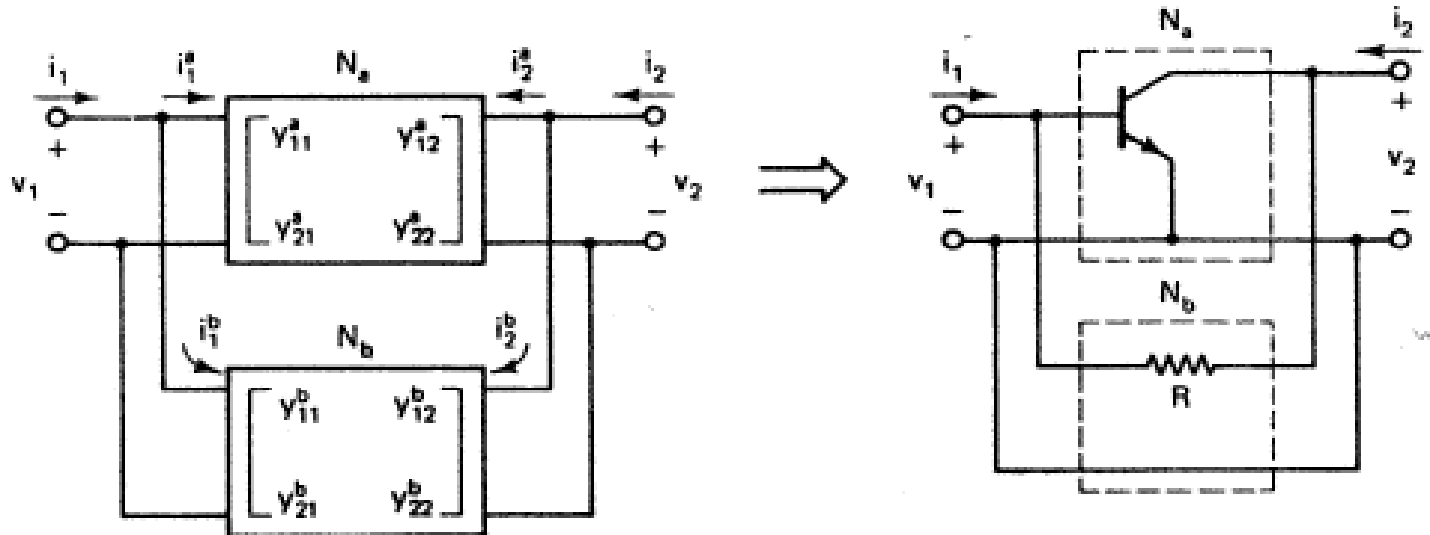
$$I_2 = y_{21} V_1 + y_{22} V_2$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

Parámetros de Scattering



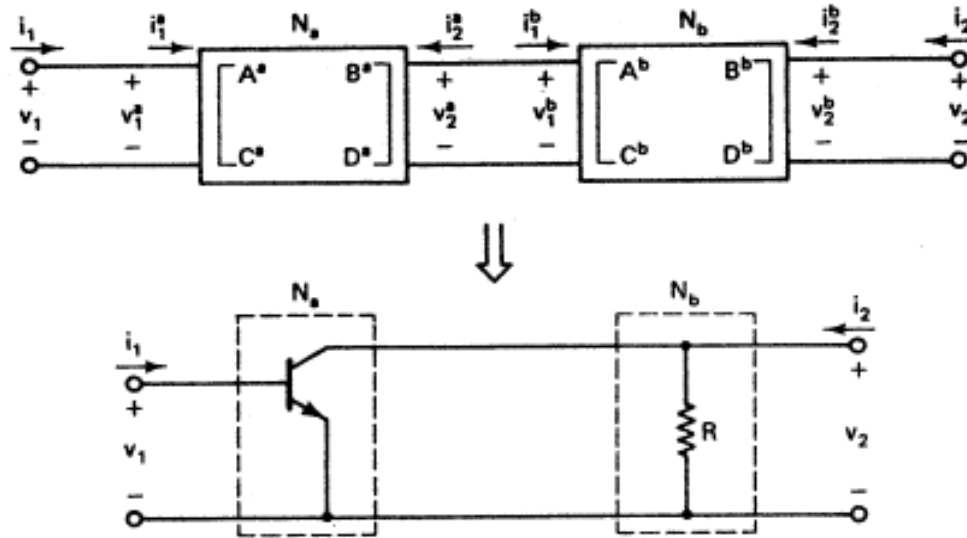
Parámetros Z:
conexiones en
serie



Parámetros Y:
conexiones en
paralelo

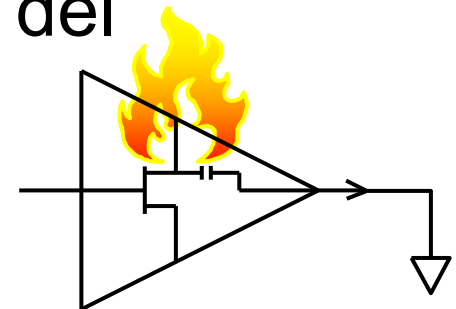
Parámetros de Scattering

Parámetros
ABCD:
conexiones en
cascada



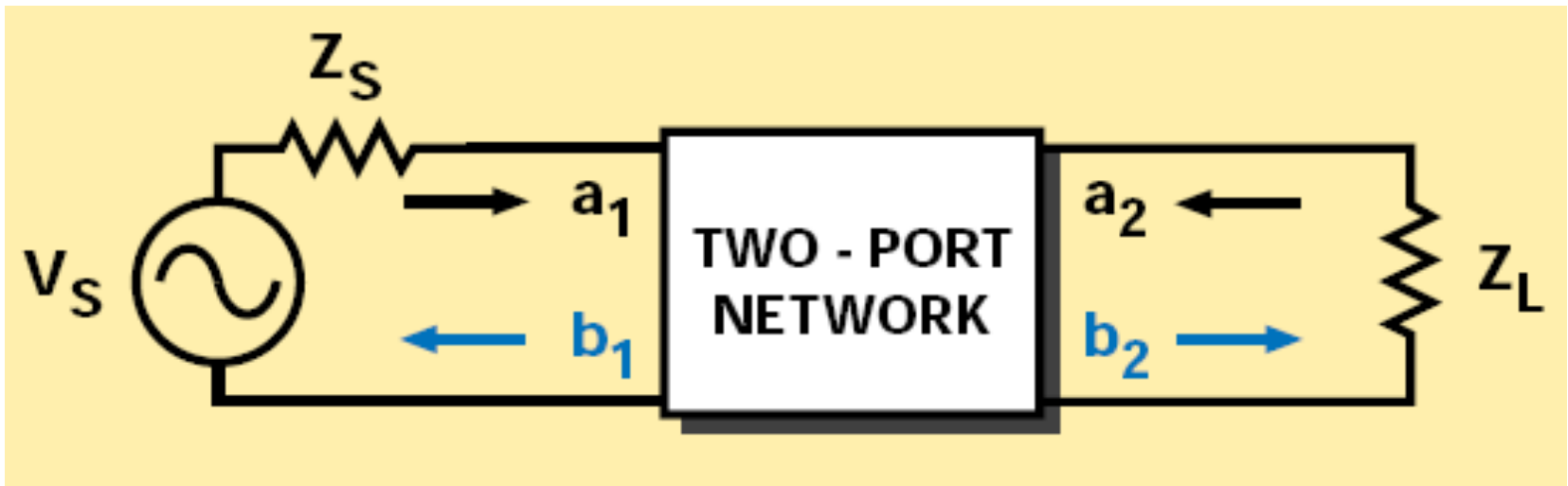
Parámetros de Scattering

- Para medir experimentalmente en frecuencias de microondas las matrices de admitancia $[Y]$, impedancia $[Z]$, parámetros $[T]$ ó ABCD y parámetros $[H]$ hay inconvenientes prácticos.
- Para medir parámetros impedancia hay que dejar en abierto alternativamente los dos puertos y para admitancia habría que dejarlos en cortocircuito. Ello podría suponer peligro de oscilación y destrucción del dispositivo.

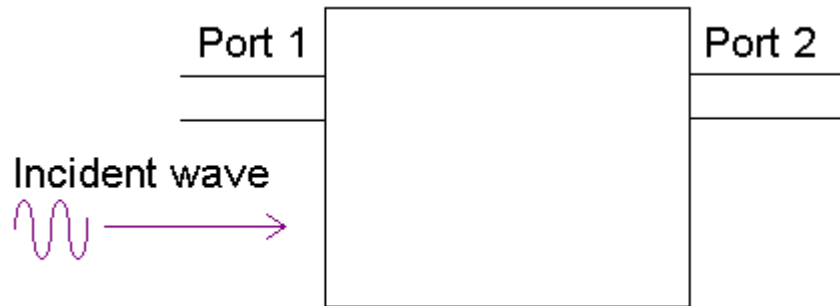


Parámetros de Scattering

- Los conceptos de onda incidente y onda reflejada vistos en las líneas de transmisión serán el fundamento para la descripción de un circuito mediante los parámetros de Scattering [S]. (http://en.wikipedia.org/wiki/Scattering_parameters
<http://www.hp.com/go/tminteractive>)



Parámetros de Scattering



$$a = \frac{1}{2} \frac{(V + Z_0 I)}{\sqrt{|\Re\{Z_0\}|}}$$

a: onda entrante al puerto



$$b = \frac{1}{2} \frac{(V - Z_0^* I)}{\sqrt{|\Re\{Z_0\}|}}$$

b: onda saliente del puerto

Parámetros de Scattering

$$a_1 = \frac{V_1 + I_1 Z_0}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{voltage wave incident on port 1}}{\sqrt{Z_0}} = \frac{V_{i1}}{\sqrt{Z_0}}$$

$$a_2 = \frac{V_2 + I_2 Z_0}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{voltage wave incident on port 2}}{\sqrt{Z_0}} = \frac{V_{i2}}{\sqrt{Z_0}}$$

$$b_1 = \frac{V_1 - I_1 Z_0}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{voltage wave reflected from port 1}}{\sqrt{Z_0}} = \frac{V_{r1}}{\sqrt{Z_0}}$$

$$b_2 = \frac{V_2 - I_2 Z_0}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{voltage wave reflected from port 2}}{\sqrt{Z_0}} = \frac{V_{r2}}{\sqrt{Z_0}}$$

Parámetros de Scattering

$|a_1|^2$ = Power incident on the input of the network.
= Power available from a source impedance Z_0 .

$|a_2|^2$ = Power incident on the output of the network.
= Power reflected from the load.

$|b_1|^2$ = Power reflected from the input port of the network.
= Power available from a Z_0 source minus the power delivered to the input of the network.

$|b_2|^2$ = Power reflected from the output port of the network.
= Power incident on the load.
= Power that would be delivered to a Z_0 load.

Parámetros de Scattering

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

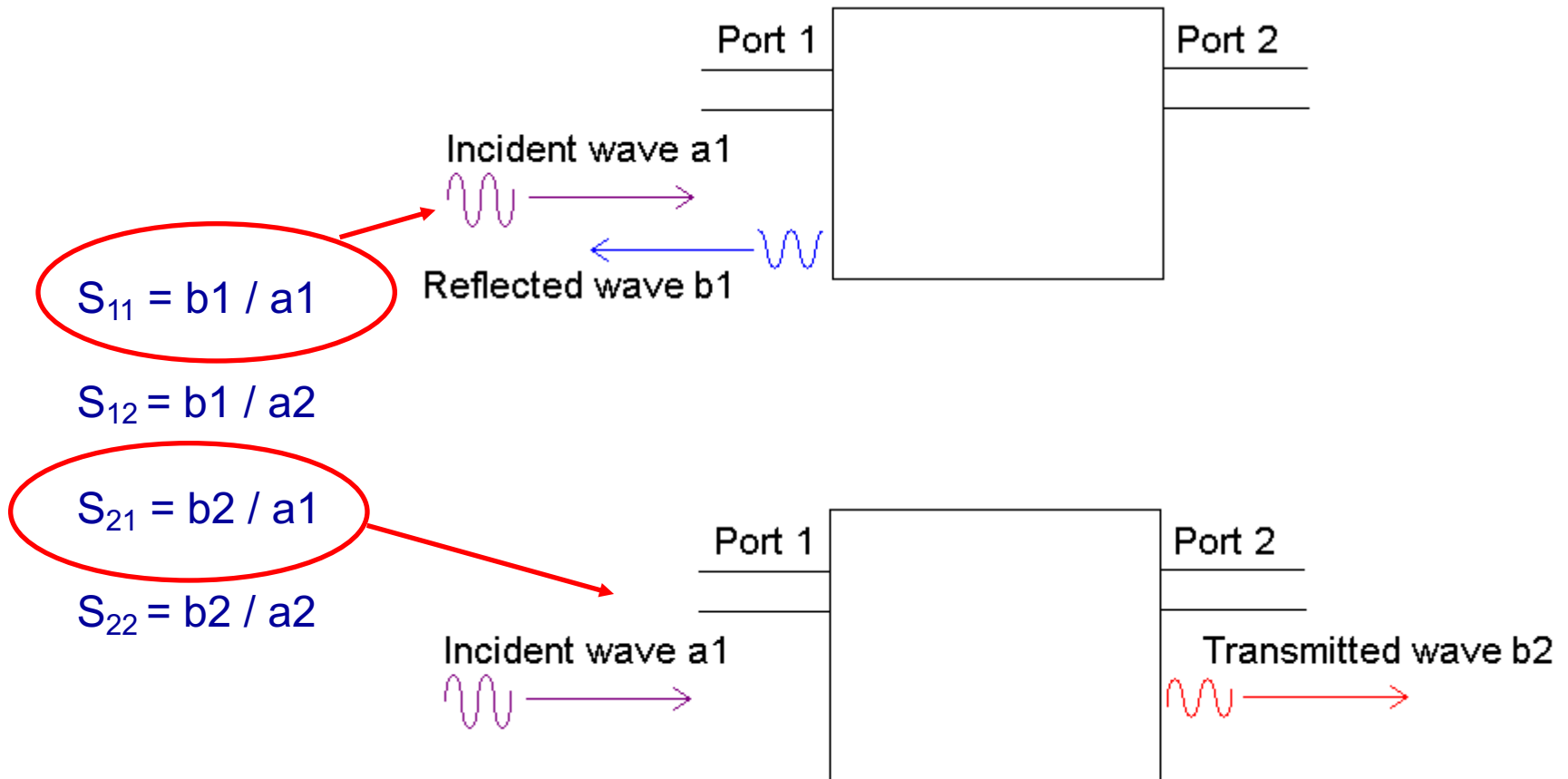
$s_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0}$ = Input reflection coefficient with the output port terminated by a matched load ($Z_L=Z_0$ sets $a_2=0$)

$s_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0}$ = Output reflection coefficient with the input terminated by a matched load ($Z_S=Z_0$ sets $V_S=0$)

$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$ $s_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0}$ = Forward transmission (insertion) gain with the output port terminated in a matched load.

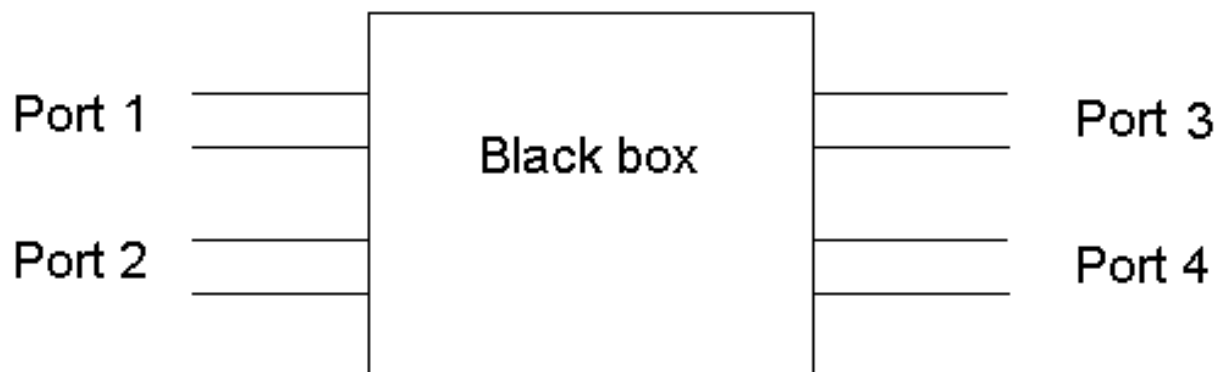
$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$ $s_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0}$ = Reverse transmission (insertion) gain with the input port terminated in a matched load.

Parámetros de Scattering



Parámetros de Scattering

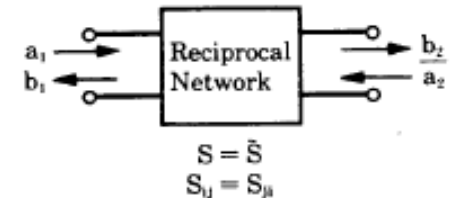
This is a 4-port network



$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \\ \mathbf{b}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{13} & \mathbf{S}_{14} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{23} & \mathbf{S}_{24} \\ \mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} & \mathbf{S}_{34} \\ \mathbf{S}_{41} & \mathbf{S}_{42} & \mathbf{S}_{43} & \mathbf{S}_{44} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_4 \end{pmatrix}$$

Parámetros de Scattering

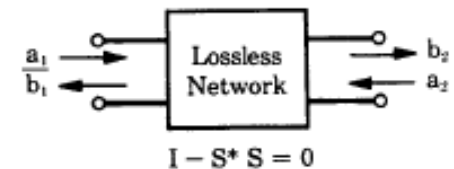
- Reciprocidad: circuitos pasivos (ej. No transistores polarizados) y con materiales recíprocos (ej. no ferritas) $\rightarrow S_{ij}=S_{ji}$



Nota: Matriz simétrica NO implica $S_{11}=S_{22}$

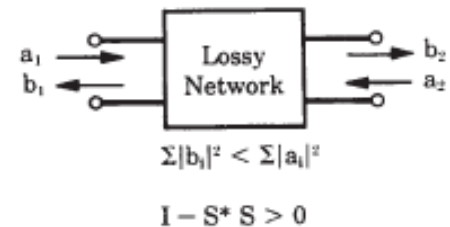
- Sin pérdidas: potencias entrantes = salientes

$$\sum |a_n|^2 = \sum |b_n|^2 \quad (S)^H (S) = (I)$$



- Con pérdidas: potencias entrantes $>$ salientes

$$\sum |a_n|^2 > \sum |b_n|^2$$



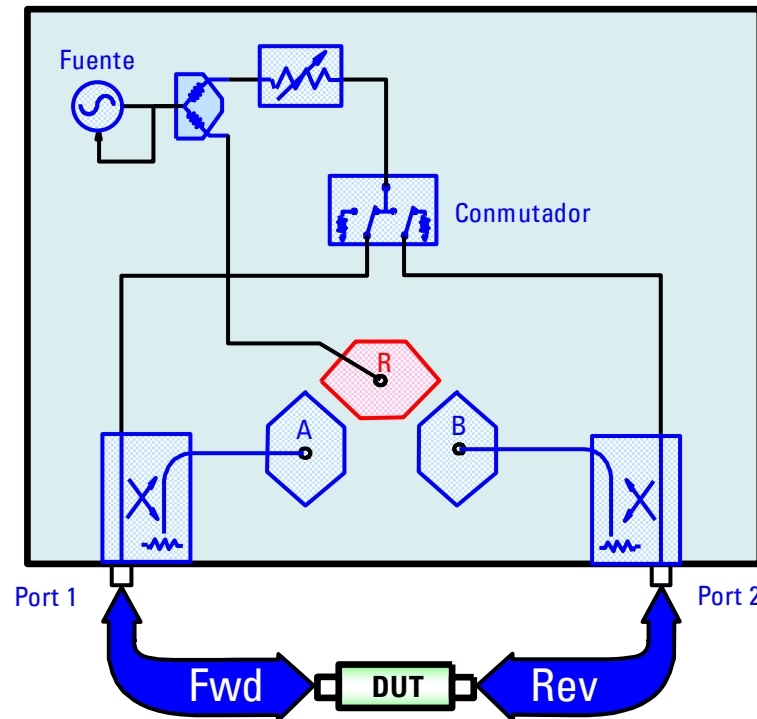
Parámetros de Scattering

- ¿Cómo medir parámetros S?
- Mediante analizadores de Redes
- Ej.: **HP 8510C**
 - 45 MHz - 110 GHz
 - Corrección tiempo real
 - 60 dB directividad/
adaptación
 - 100 dB rango dinámico
 - Δ : 0.001 dB, 0.01 degree,
0.01 ns resolution



Parámetros de Scattering

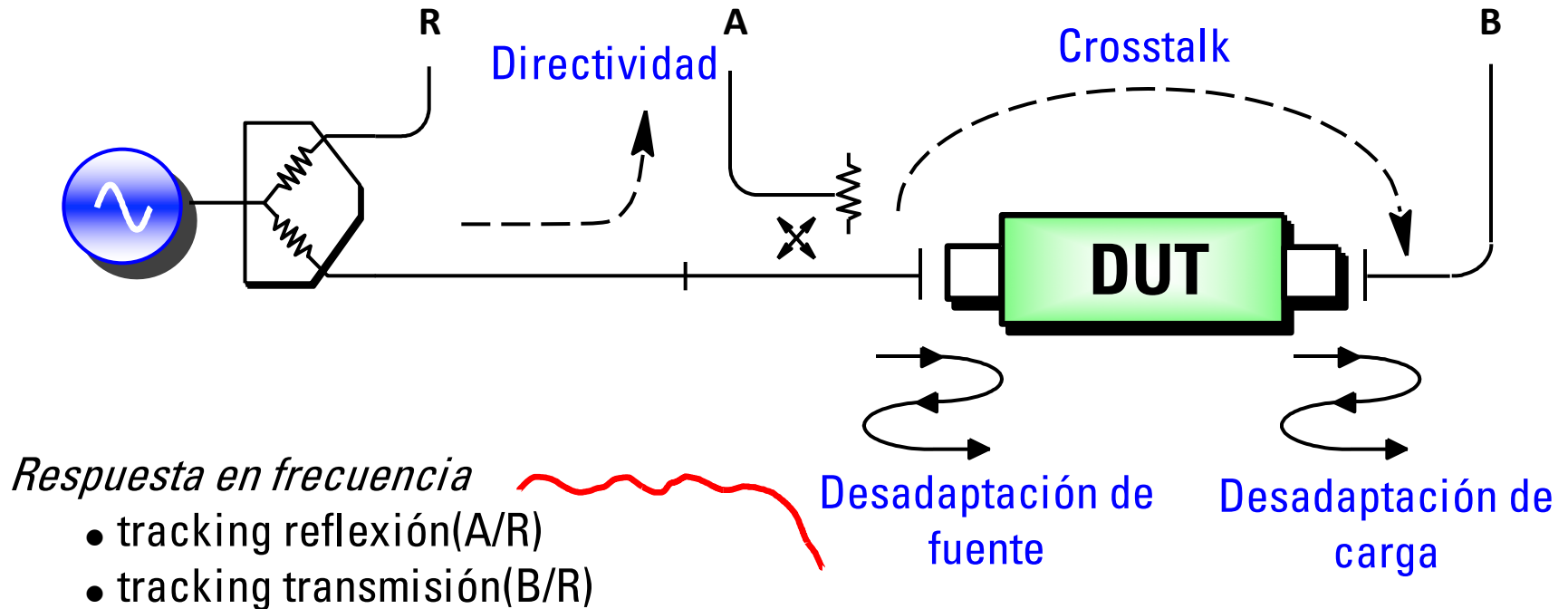
Esquema interno Analizador de Redes



- RF puede inyectarse desde port 1 or port 2
- Medidas en directa y en inversa
- **Calibración en dos puertas posible**

Parámetros de Scattering

Fuentes de errores sistemáticos

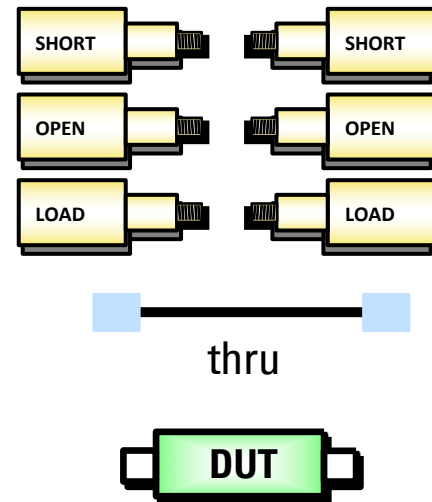


Seis términos de error directos y seis inversos generan 12 términos de error para dispositivos de dos puertos → CALIBRACIÓN!

Parámetros de Scattering

Calibración Vectorial Full two-port

- Calibración completa de 2 puertos (reflexión y transmisión)
- 12 términos de error sistemático medidos, normalmente 12 mediciones en cuatro estándares conocidos (SOLT)
- Estándares definidos en el archivo de definición del kit de calibración
- El analizador de red contiene definiciones estándar del kit de calibración
- LA DEFINICIÓN DEL KIT DE CALIFICACIÓN DEBE COINCIDIR CON EL KIT DE CALIFICACIÓN REAL UTILIZADO



Video sobre calibración de analizadores de redes:

<https://youtu.be/bLfbg2p7PaE?si=EBiP4WeswiKKtJ-W>

Parámetros de Scattering

- A partir de las ondas de potencia se definen también los parámetros T, adecuados para bipuertas en cascada.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

- Hay una relación directa $[S] \leftrightarrow [T]$

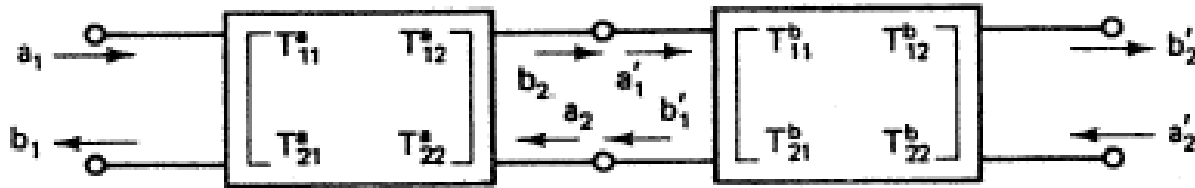
$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_{21}} & -\frac{S_{22}}{S_{21}} \\ \frac{S_{11}}{S_{21}} & S_{12} - \frac{S_{11}S_{22}}{S_{21}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{21}}{T_{11}} & T_{22} - \frac{T_{21}T_{12}}{T_{11}} \\ \frac{1}{T_{11}} & -\frac{T_{12}}{T_{11}} \end{bmatrix}$$

Parámetros de Scattering

- Para bipuertas en cascada las matrices T se multiplican directamente

$$\begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_1 \\ b'_1 \end{bmatrix}$$



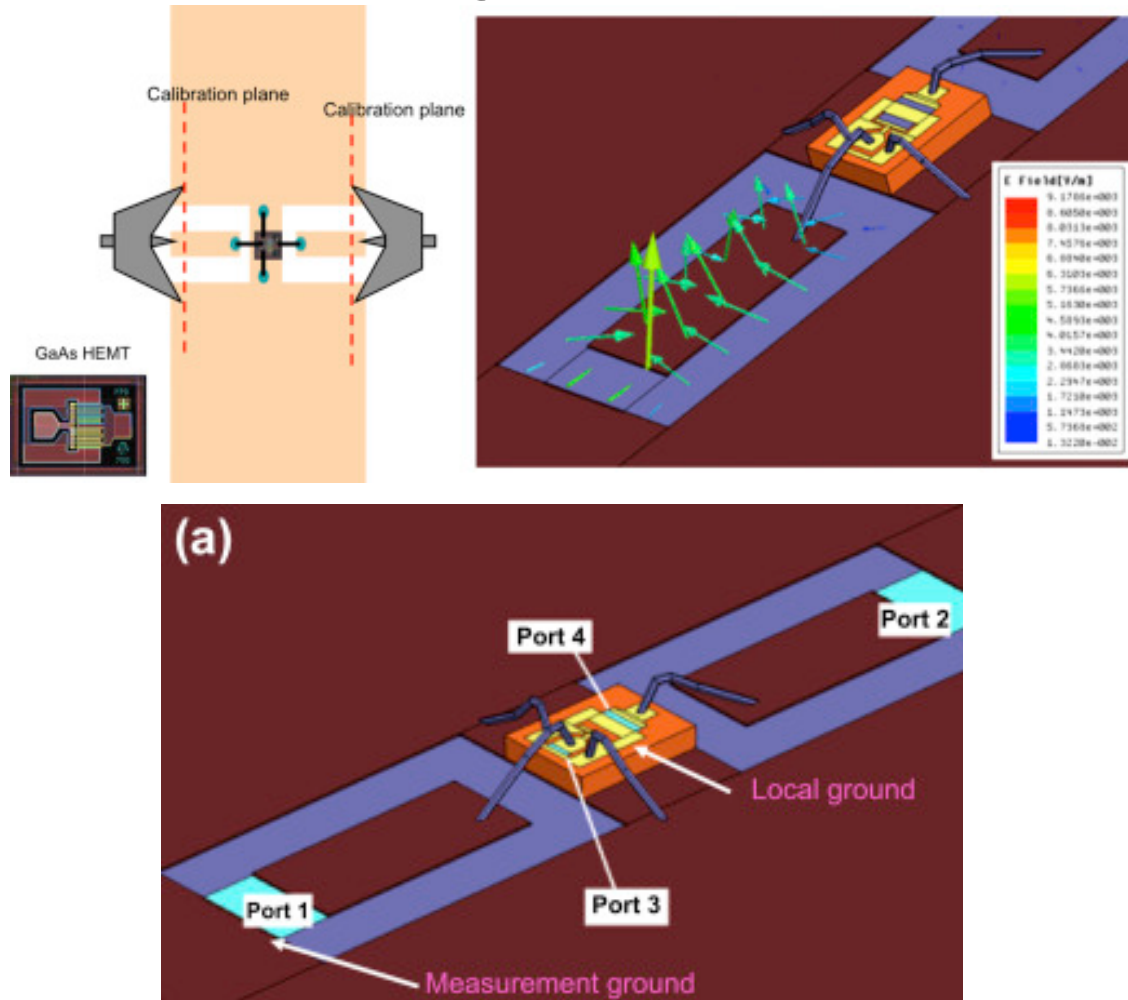
$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^a_{11} & T^a_{12} \\ T^a_{21} & T^a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^a_{11} & T^a_{12} \\ T^a_{21} & T^a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^b_{11} & T^b_{12} \\ T^b_{21} & T^b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_2 \\ a'_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ b'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^b_{11} & T^b_{12} \\ T^b_{21} & T^b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_2 \\ a'_2 \end{bmatrix}$$

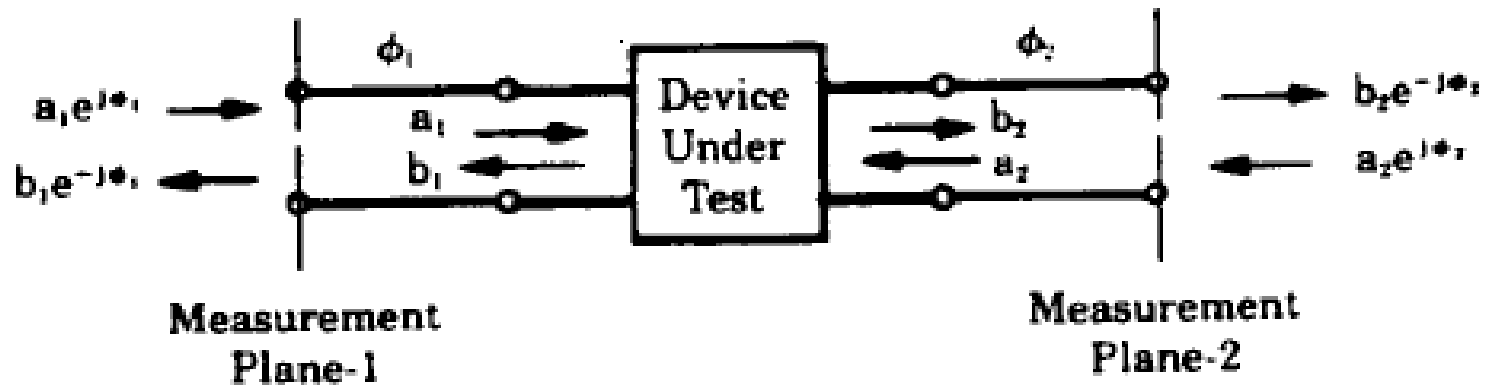
Parámetros de Scattering

- Desplazamiento de los planos de referencia:
Caso de “de-embedding” de un transistor



Parámetros de Scattering

- Desplazamiento de los planos de referencia cuando los planos de medida incluyen tramos de acceso extra de líneas de transmisión sin pérdidas.



$$S' = \Phi S \Phi$$

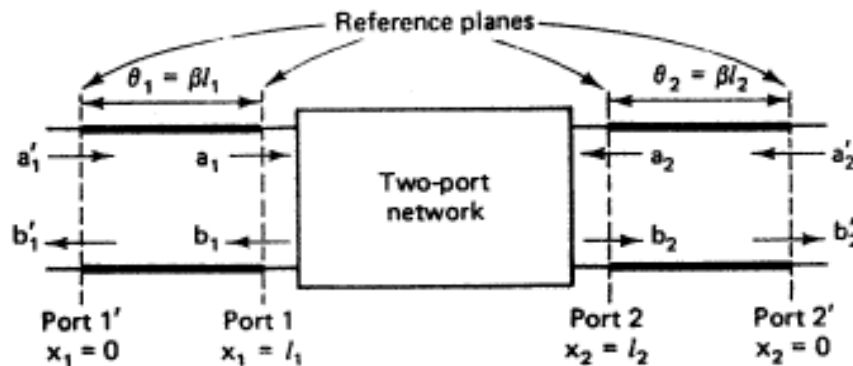
$$\text{where: } \Phi = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix}$$

Parámetros de Scattering

- Desplazamiento de los planos de referencia

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} b_1 &= b'_1 e^{j\theta_1} \\ a_1 &= a'_1 e^{-j\theta_1} \\ b_2 &= b'_2 e^{j\theta_2} \\ a_2 &= a'_2 e^{-j\theta_2} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} e^{-j2\theta_1} & S_{12} e^{-j(\theta_1 + \theta_2)} \\ S_{21} e^{-j(\theta_1 + \theta_2)} & S_{22} e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} e^{-j2\theta_1} & S_{12} e^{-j(\theta_1 + \theta_2)} \\ S_{21} e^{-j(\theta_1 + \theta_2)} & S_{22} e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} e^{j2\theta_1} & S'_{12} e^{j(\theta_1 + \theta_2)} \\ S'_{21} e^{j(\theta_1 + \theta_2)} & S'_{22} e^{j2\theta_2} \end{bmatrix}$$

Parámetros de Scattering

- Cambio de las impedancias de generador: supongamos que se conoce $[S]$ referida a un conjunto de impedancias de referencia $\{Z_i\}$ $i=1 \dots n$, que se cambian a $\{Z'_i\}$. Las ondas de potencia cambiarán:

$$a'_i = \frac{V_i + Z'_i I_i}{2\sqrt{|\operatorname{Re}(Z'_i)|}} \quad b'_i = \frac{V_i - Z'_i I_i}{2\sqrt{|\operatorname{Re}(Z'_i)|}}$$

- La nueva matriz $[S']$ se podrá poner en func. de $[S]$, aunque será diferente:

$$[S'] = [A]^{-1} \left\{ [S] - [\Gamma]^t \right\} \left\{ 1 - [\Gamma][S] \right\}^{-1} [A]^t$$

Parámetros de Scattering

- Siendo:

$$[\Gamma] = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 & \dots \\ 0 & 0 & \Gamma_n \end{bmatrix}$$

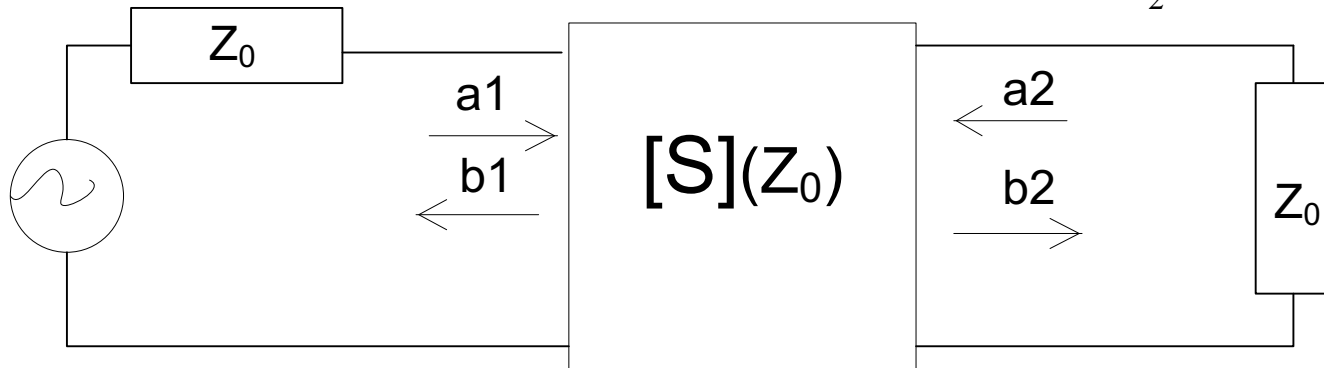
$$\Gamma_i = \frac{Z'_i - Z_i}{Z'_i + Z_i^*}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1 - \Gamma_1^*}{\sqrt{|1 - \Gamma_1 \Gamma_1^*|}} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \Gamma_n^*}{\sqrt{|1 - \Gamma_n \Gamma_n^*|}} \end{bmatrix}$$

Parámetros de Scattering

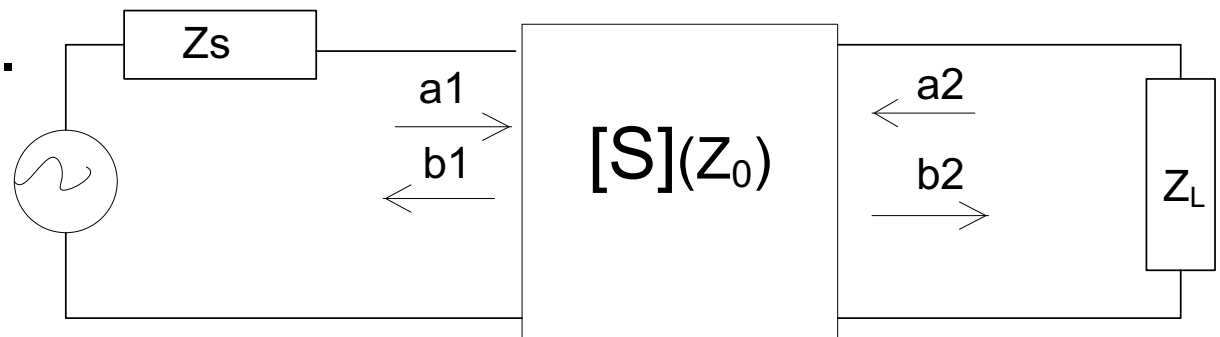
- Se define la GANANCIA EN TRANSFERENCIA de una red dos puertas como el cociente entre la potencia disipada en la puerta 2 y la incidente en la puerta 1.
- Cuando las impedancias de carga coinciden con la de referencia:

$$G_T = \frac{|b_2|^2}{|a_1|^2} \Big|_{a_2=0} = |S_{21}|^2$$



Parámetros de Scattering

- Con la formulación anterior se puede hallar la ganancia en transferencia de una bipuerta de parámetros de Scattering referida a Z_0 cuando se carga con otras impedancias diferentes (ej.: Z_S y Z_L).



$$G_T = |S'_{21}|^2 = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11} - \Gamma_L S_{22} + \Gamma_S \Gamma_L \Delta|^2}$$

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

Parámetros de Scattering

- Más expresiones útiles empleando [S]

1. Coeficiente de reflexión entrada red con carga arbitraria Z_L

$$s'_{11} = s_{11} + \frac{s_{12} s_{21} \Gamma_L}{1 - s_{22} \Gamma_L}$$

2. Coeficiente de reflexión salida de red con impedancia entrada arbitraria Z_S

$$s'_{22} = s_{22} + \frac{s_{12} s_{21} \Gamma_S}{1 - s_{11} \Gamma_S}$$

3. Ganancia de Voltaje

$$A_V = \frac{V_2}{V_1} = \frac{s_{21}(1 + \Gamma_L)}{(1 - s_{22} \Gamma_L)(1 + s'_{11})}$$

Parámetros de Scattering

Power Gain

$$G = \frac{\text{Power delivered to load}}{\text{Power input to network}} = \frac{|s_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |s_{11}|^2) + |\Gamma_L|^2 (|s_{22}|^2 - |D|^2) - 2\text{Re}(\Gamma_L N)}$$

Available Power Gain

$$G_A = \frac{\text{Power available from network}}{\text{Power available from source}} = \frac{|s_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{(1 - |s_{22}|^2) + |\Gamma_S|^2 (|s_{11}|^2 - |D|^2) - 2\text{Re}(\Gamma_S M)}$$

Transducer Power Gain

$$G_T = \frac{\text{Power delivered to load}}{\text{Power available from source}} = \frac{|s_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|(1 - s_{11}\Gamma_S)(1 - s_{22}\Gamma_L) - s_{12}s_{21}\Gamma_L\Gamma_S|^2}$$

$$\Delta = D = s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}$$

$$M = s_{11} - Ds_{22}^*$$

$$N = s_{22} - Ds_{11}^*$$

Parámetros de Scattering

Unilateral Transducer Power Gain ($s_{12} = 0$)

$$G_{Tu} = \frac{|s_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - s_{11}\Gamma_S|^2 |1 - s_{22}\Gamma_L|^2} = G_0 G_1 G_2$$

Maximum Unilateral Transducer Power Gain when $|s_{11}| < 1$

and $|s_{22}| < 1$. Maximum obtained for $\Gamma_S = s_{11}^*$ and $\Gamma_L = s_{22}^*$

$$G_u = \frac{|s_{21}|^2}{\left| \left(1 - |s_{11}|^2 \right) \left(1 - |s_{22}|^2 \right) \right|} = G_0 G_{1 \max} G_{2 \max}$$

$$G_0 = |s_{21}|^2$$

$$G_1 = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - s_{11}\Gamma_S|^2}$$

$$G_2 = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - s_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$G_{i \max} = \frac{1}{1 - |s_{ii}|^2}$$

$i = 1, 2$

Material Adicional

- Algunos video tutoriales sobre parámetros S y su relación con parámetros Z e Y , y sobre la ganancia en transferencia:
 - <https://youtu.be/lpyMFEHPXXs?si=wcfumCRI5gHRL4E1>
 - https://youtu.be/eINjkmKFqzA?si=1_h4hKI9Ot0Zn6q5
 - <https://youtu.be/uBtVXedXP8E?si=b-m-Uw16nsyoPvJA>