

## Tema 2. Problemas propuestos<sup>1</sup>

**2.1** Se ha realizado un estudio sobre la influencia de la edad en el consumo de medicamentos. Para ello, se eligió una muestra de cien personas, cuyas edades, junto con las cantidades, en euros, que gastaron en medicinas durante un cierto año, aparecen recogidas en la siguiente tabla:

| Edad   | 0-15 | 15-30 | 30-60 | 60-100 |
|--------|------|-------|-------|--------|
| Gasto  |      |       |       |        |
| 0-30   | 5    | 7     | 5     | 3      |
| 30-90  | 12   | 2     | 15    | 21     |
| 90-180 | 3    | 1     | 10    | 16     |

- Obtén la distribución de frecuencias del gasto en medicinas.
- Halla la distribución de frecuencias de la edad.
- ¿Cuál es la distribución de frecuencias de la edad condicionada a un gasto comprendido entre 30 y 90 euros?
- Calcula la distribución de frecuencias del gasto para una edad entre 60 y 100 años.

**2.2** La siguiente tabla recoge el ingreso y el gasto en alimentación semanal, en euros, de un grupo de familias:

| Gasto   | 30-60 | 60-90 |
|---------|-------|-------|
| Ingreso |       |       |
| 120-300 | 0,45  | 0,25  |
| 300-480 | 0,2   | 0,1   |

- Obtén la distribución de frecuencias del gasto en alimentación semanal.
- Halla la distribución de frecuencias del ingreso semanal.
- ¿Cuál es la distribución de frecuencias del gasto semanal condicionado a un ingreso comprendido entre 300 y 480 euros?
- Calcula la distribución de frecuencias del ingreso semanal para un gasto entre 60 y 90 euros.

**2.3** Se realiza un estudio sobre la condición de las personas empleadas en un sector del pequeño comercio, para lo cual se considera un grupo de 100 establecimientos. Sea  $X$  la variable que designa el número de personas empleadas por establecimiento e  $Y$  la variable número de ellas que pertenecen a la familia propietaria. La siguiente tabla recoge la distribución conjunta de estas variables.

| $Y$ | 0  | 1  | 2  |
|-----|----|----|----|
| $X$ |    |    |    |
| 1   | 10 | 10 | 0  |
| 2   | 5  | 30 | 15 |
| 3   | 10 | 10 | 10 |

- Halla el número medio de personas empleadas que pertenecen a la familia propietaria, dentro de los establecimientos que tienen dos personas empleadas.
- Obtén la mediana de la distribución hallada en el apartado anterior.
- ¿Cuál es el número más frecuente de personas empleadas que pertenecen a la familia propietaria dentro de los establecimientos que tienen dos personas empleadas?

<sup>1</sup> Problemas extraídos y adaptados de: Castillo Manrique, I., Guijarro Garvi, M. (2006). *Estadística descriptiva y cálculo de probabilidades*. Pearson Educación (ISBN: 978-84-205-4806-7; eISBN: 978-84-8322-209-6).

**2.4** La siguiente tabla recoge la clasificación de un grupo de personas según su salario anual, en miles de euros, y el número de días de baja por enfermedad en un determinado año:

| Salario   | 15-25 | 25-35 | 35-55 |
|-----------|-------|-------|-------|
| Días baja |       |       |       |
| 0-10      | 0,14  | 0,46  | 0,10  |
| 10-40     | 0,20  | 0,00  | 0,00  |
| 40-90     | 0,06  | 0,04  | 0,00  |

- ¿Cuál es el número de días de baja esperados de una persona con un salario de 20 mil euros?
- Obtén el número de días de baja más frecuente de las personas con salarios anuales entre 15 y 25 mil euros.
- Halla la mediana de la distribución obtenida en el apartado a).

**2.5** En una empresa de limpieza, que cuenta con 100 personas empleadas, se ha realizado un estudio sobre la relación entre el salario y el absentismo laboral, obteniéndose, entre otros, los resultados que aparecen en las siguientes tablas de distribuciones condicionadas:

| $y_j / X = x_1$ | $n_{j/1}$ | $y_j / X = x_2$ | $n_{j/2}$ | $y_j / X = x_3$ | $n_{j/3}$ |
|-----------------|-----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
| $y_1$           | 5         | $y_1$           | 15        | $y_1$           | 50        |
| $y_2$           | 20        | $y_2$           | 10        | $y_2$           | 0         |

La variable  $Y$  representa el número mensual de días de ausencia al trabajo y está distribuida en los intervalos 0-4 y 4-10; la variable  $X$  representa el salario mensual, en miles de euros, y está distribuida en los intervalos 0,6-1,2, 1,2-1,8 y 1,8-2,6.

- Halla la distribución bidimensional correspondiente.
- Calcula el número medio mensual de días de absentismo de las personas con salarios entre 1200 y 1800 euros.
- Obtén la varianza de la distribución del salario mensual de las personas empleadas que se han ausentado del trabajo entre 4 y 10 días.

**2.6** La siguiente tabla recoge la distribución de frecuencias bidimensional de las variables  $X$ , ingreso, en millones de euros, en concepto de impuestos sobre vehículos, e  $Y$ , gasto en inversión de viales, en millones de euros, de un grupo de ayuntamientos.

| $Y$   | 6,5-13,5 | 13,5-14,5 | 14,5-15,5 |
|-------|----------|-----------|-----------|
| $X$   |          |           |           |
| 5-55  | 0,08     | 0,02      | 0,06      |
| 55-65 | 0,20     | 0,13      | 0,04      |
| 65-75 | 0,12     | 0,13      | 0,22      |

- ¿Cuál es el ingreso medio por ayuntamiento en concepto de impuestos sobre vehículos en los ayuntamientos cuyo gasto en viales está comprendido entre 13,5 y 14,5 millones de euros?
- Obtén el gasto medio por ayuntamiento en inversión de viales entre los ayuntamientos con ingresos por impuestos sobre vehículos entre 65 y 75 millones de euros?
- ¿Cuál de las dos medias es más representativa?

**2.7** Una promotora considera que las familias adquieren viviendas de mayor tamaño según sus ingresos. Para confirmar este hecho se han considerado los datos correspondientes a su última promoción de 210 viviendas, analizándose el ingreso anual de las familias que han adquirido una vivienda de esta promoción,  $X$ , en miles de euros, así como el tamaño de la vivienda comprada,  $Y$ , en metros cuadrados.

| Tamaño  | 40-100 | 100-200 |
|---------|--------|---------|
| Ingreso |        |         |
| 12-24   | 90     | 10      |
| 24-30   | 15     | 20      |
| 30-40   | 5      | 70      |

¿Confirman estos datos la hipótesis de la promotora?

**2.8** La siguiente tabla refleja el salario mensual,  $X$ , en miles de euros, y el gasto médico mensual en odontólogos,  $Y$ , en euros, de 200 familias.

| Gasto   | 0-50 | 50-100 | 100-200 |
|---------|------|--------|---------|
| Salario |      |        |         |
| 1-2     | 15   | 24     | 21      |
| 2-4     | 35   | 56     | 49      |

¿Son  $X$  e  $Y$  independientes?

**2.9** En una población de  $N$  familias se ha realizado un estudio sobre la relación entre el número mensual de llamadas telefónicas nacionales (urbanas e interurbanas),  $X$ , y las internacionales,  $Y$ , obteniéndose, entre otros resultados, las dos distribuciones de  $Y$  condicionadas por valores de  $X$ , tal y como se refleja en las siguientes tablas:

| $y_j / X = x_1$ | $n_{j/1}$ |
|-----------------|-----------|
| $y_1$           | 12        |
| $y_2$           | 24        |
| $y_3$           | 36        |

| $y_j / X = x_2$ | $n_{j/2}$ |
|-----------------|-----------|
| $y_1$           | 10        |
| $y_2$           | $a$       |
| $y_3$           | $b$       |

- Suponiendo que  $X$  está distribuida en los intervalos 0-60 y 60-240, y la variable  $Y$  en 0-20, 20-40 y 40-60, calcula el número medio de llamadas internacionales de las familias que han realizado 30 llamadas nacionales.
- Si las variables  $X$  e  $Y$  son independientes, ¿cuánto valen  $a$  y  $b$ ?

**2.10** El departamento de Marketing de un grupo financiero ha realizado un estudio sobre la influencia de la renta en las decisiones de inversión de sus clientes. Para ello eligió una muestra de clientes, cuya renta, junto con las cantidades invertidas un cierto año, en miles de euros, aparecen recogidas en la siguiente tabla:

| Inversión | 0-4  | 4-8  | 8-12 |
|-----------|------|------|------|
| Renta     |      |      |      |
| 6-14      | 0,20 | 0,10 | 0    |
| 14-26     | 0,10 | 0,10 | 0,15 |
| 26-34     | 0,20 | 0,10 | 0    |

- Halla las medias y las varianzas de las variables consideradas.
- ¿Cuál es la covarianza entre la inversión y la renta?

**2.11** En el departamento comercial de una empresa, con restaurantes de comida rápida repartidos por la geografía de una gran ciudad, se sospecha que el número de personas que consumen diariamente el “menú de la casa” depende del precio, en euros, de este, puesto que al variar los precios en 10 establecimientos se han obtenido los siguientes resultados:

|                  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Establecimientos | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| Precio menú      | 4,5 | 4,6 | 4,7 | 4,8 | 4,9 | 5,0 | 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 |
| Nº comensales    | 80  | 79  | 72  | 65  | 70  | 64  | 61  | 50  | 45  | 43  |

- Obtén la ecuación lineal que expresa la dependencia estadística intuita.
- Representa el diagrama de dispersión y la recta de regresión obtenida.
- Calcula una medida de la bondad del ajuste.
- Halla una predicción del número de comensales, si el precio del menú fuera de 6 euros.

**2.12** En la siguiente tabla se recogen los datos, en miles de euros, correspondientes al pasado año, referentes al gasto de personal y al beneficio anual de 200 empresas dedicadas al sector servicios.

| Beneficio | 20-60 | 30-100 | 100-140 |
|-----------|-------|--------|---------|
| Gastos    |       |        |         |
| 6-10      | 90    | 1      | 0       |
| 10-14     | 4     | 30     | 1       |
| 14-18     | 1     | 0      | 73      |

- Halla la recta de regresión del beneficio sobre el gasto.
- Calcula una medida de la bondad del ajuste.