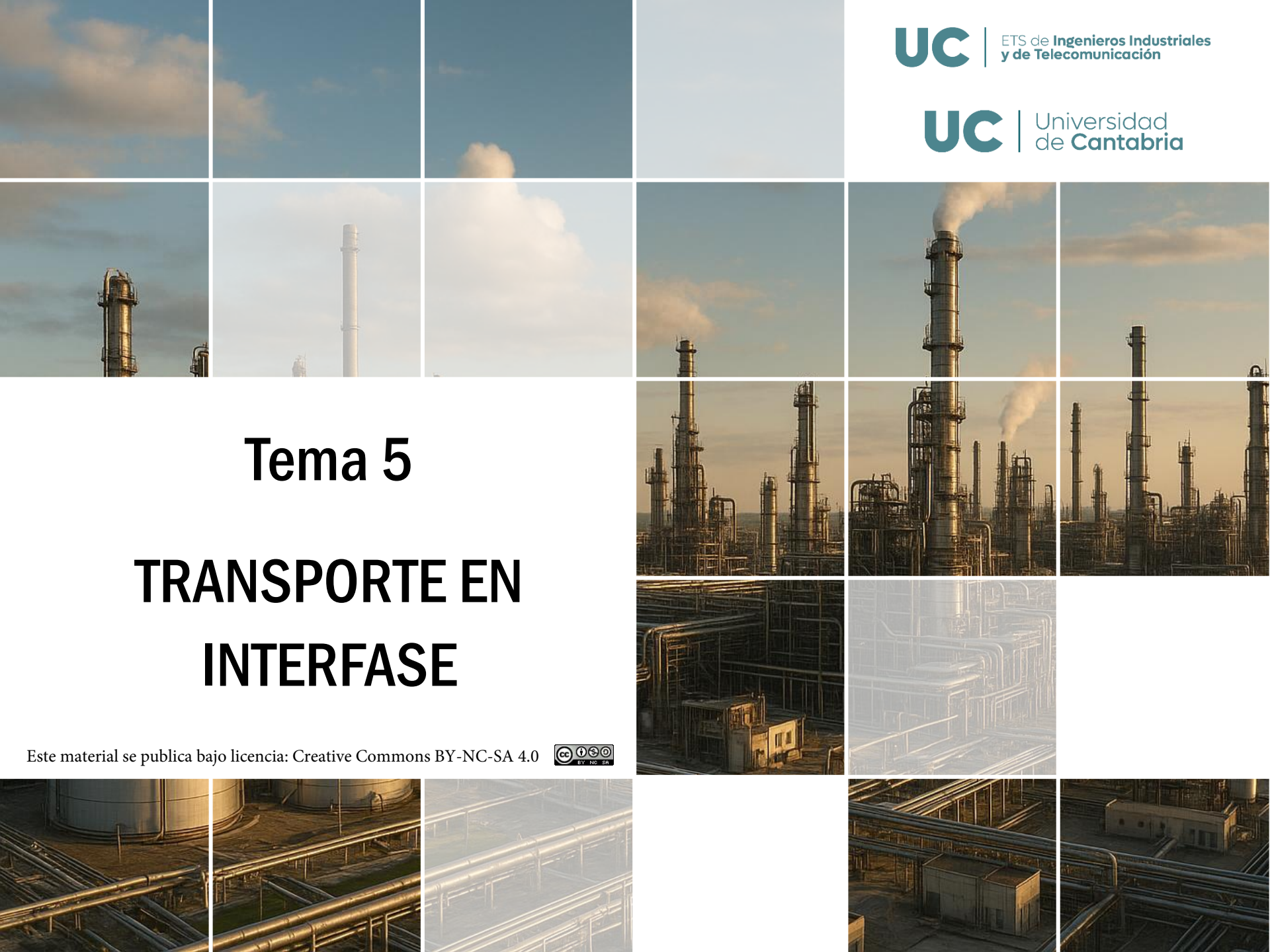


Tema 5

TRANSPORTE EN INTERFASE

Este material se publica bajo licencia: Creative Commons BY-NC-SA 4.0





5.1.
Factor de fricción

Tema 5

TRANSPORTE

EN

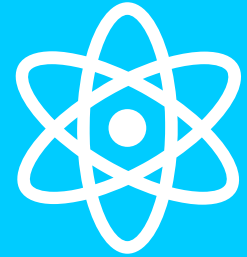
INTERFASE



5.1.
Factor de fricción



5.2.
Coeficiente de
transmisión de calor
por convección



5.3.
Coeficiente de
transferencia de
materia

1

Reconocer la importancia del transporte en interfase dentro de la ingeniería química

Conocer las expresiones de los diferentes números adimensionales de interés en ingeniería química

Resultados de aprendizaje

- **Relacionar los fenómenos de transporte molecular con sus aplicaciones prácticas**

1

Reconocer la importancia del transporte en interfase dentro de la ingeniería química
Conocer las expresiones de los diferentes números adimensionales de interés en ingeniería química

2

Relacionar los patrones de flujo laminar y turbulento con el número de Reynolds
Describir el concepto de capa límite

3

Reconocer las principales características y limitaciones de los modelos teóricos (película, capa límite, penetración y renovación de la superficie) para el cálculo del coeficiente de transferencia de materia

4

Conocer y aplicar una metodología para la selección de correlaciones experimentales en función de la situación física a describir
Identificar los elementos principales de la teoría de las dos resistencias y sus correspondientes implicaciones

5.0 Conceptos generales

Definición de fase

“Una fase es una parte de un sistema que es enteramente homogénea y limitada por una superficie y por tanto puede ser separado de las otras partes”



Importancia del transporte en interfase

CANTIDAD DE MOVIMIENTO

CALOR

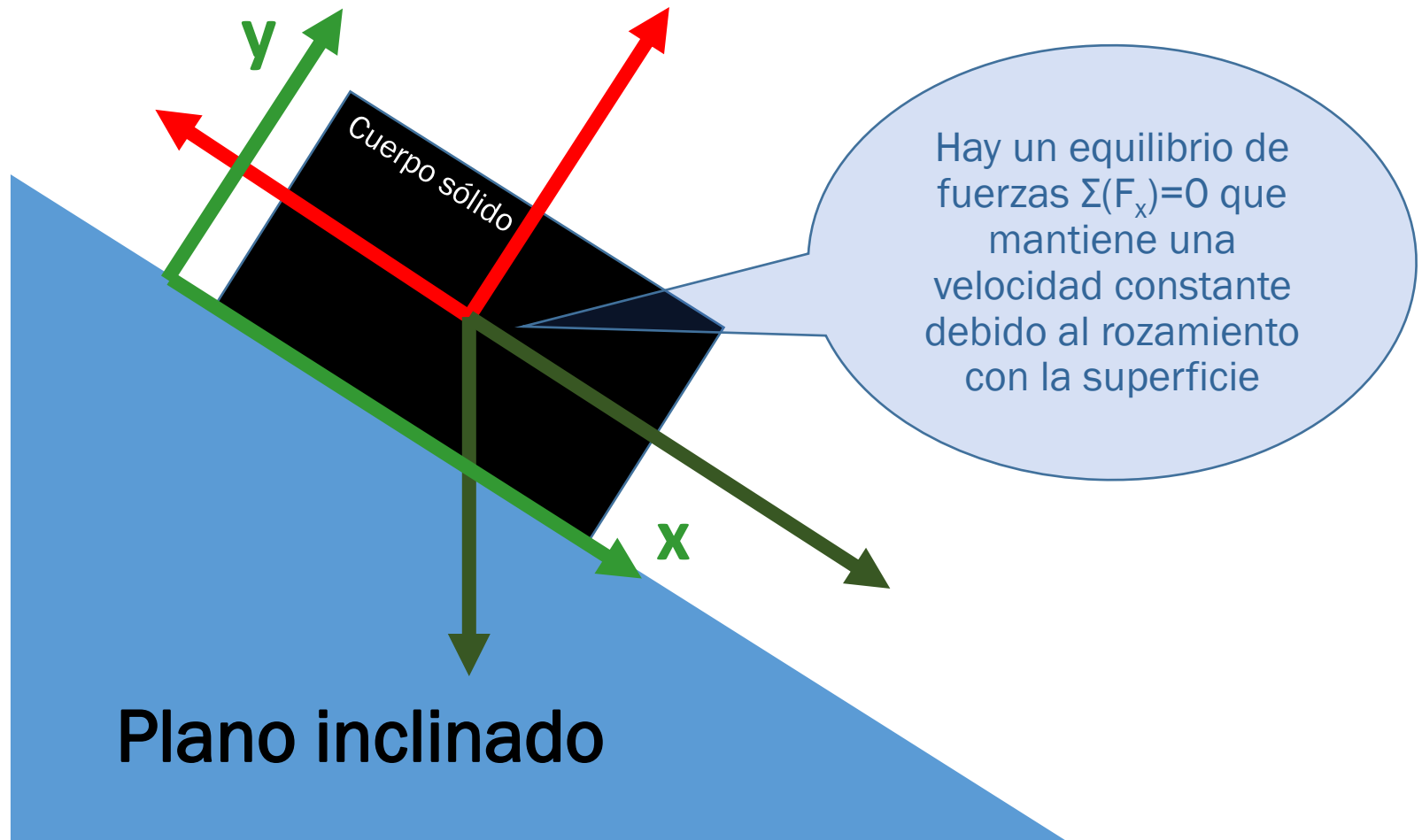
MATERIA

IMPACTO ECONÓMICO: CAPITAL Y OPERACIÓN



5.1 Factor de fricción

El factor de fricción



Ejemplo: La pelota y la pluma



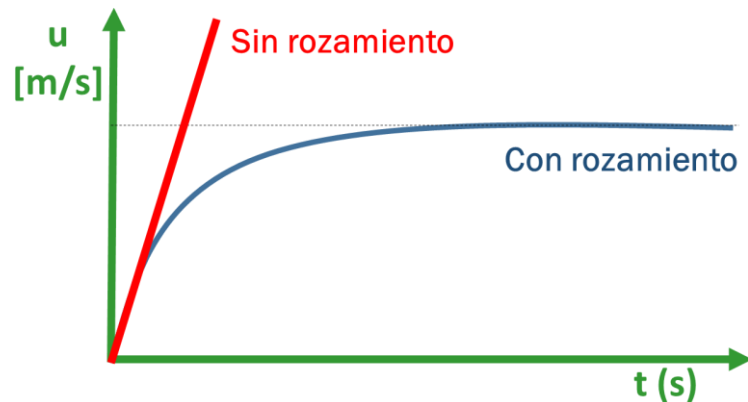
Ejemplo: lanzamiento desde una avioneta



Relevancia del factor de fricción



¿Qué sucede en el interior de una tubería?



Ejemplo: relevancia del factor de fricción

Table 1. Flow and energy loss data for standard commercial pipes*

Nominal diameter	Velocity (m/s)	Friction loss (bar)	Energy loss (kW)	Energy costs (€/year)
ND 50	11.9	28.3	113	98 900
ND 65	7.1	7.8	31.2	27 325
ND 80	5.2	3.5	14	12 250
ND 100	3.1	1.0	4	3500
ND 125	2.0	0.42	1.68	1475
ND 150	1.4	0.21	0.84	735
ND 200	0.8	0.1	0.4	350
ND 250	0.5	0.06	0.24	210

*For the flow of water at a capacity of 100 m³/h.

Es necesario buscar un
compromiso entre un
diámetro manejable y una
velocidad adecuada

Número adimensional de Reynolds

$$Re = \frac{FUERZAS DE INERCIA}{FUERZAS VISCOSAS}$$



Número adimensional de Reynolds en conducciones

The diagram shows the formula for the Reynolds number, $Re = \frac{u\rho D}{\mu}$, with callouts explaining each term:

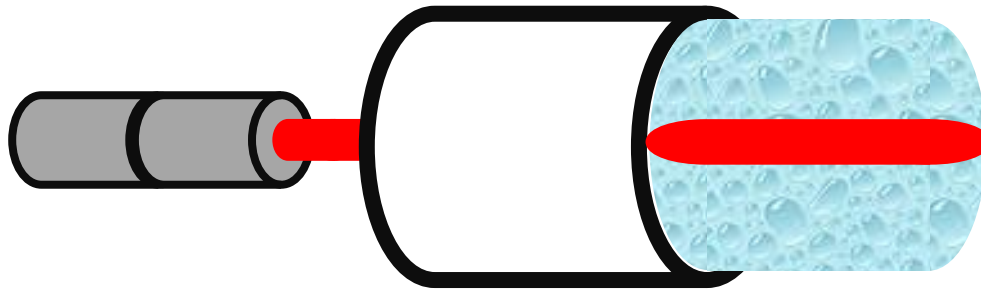
- Término adimensional**: Points to the entire formula.
- No depende del fluido**: Points to the numerator $u\rho D$.
- Depende de la conducción (geometría)**: Points to D (hydraulic diameter).
- Depende del fluido**: Points to μ (dynamic viscosity).

Término	Definición	Unidades
Re	Número adimensional de Reynolds	-
u	Velocidad lineal del fluido en la tubería	m·s ⁻¹
ρ	Densidad del fluido en la tubería	g·m ⁻³
μ	Viscosidad dinámica del fluido	g·(m·s) ⁻¹
D	Diámetro hidráulico de la tubería	m

Regímenes de circulación

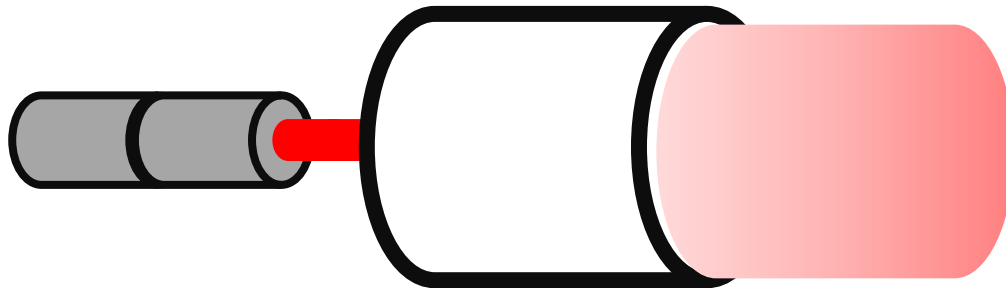
LAMINAR

Movimiento ordenado de láminas de fluido sin mezclado macroscópico con el fluido más próximo



TURBULENTO

Mezclado rápido en una escala comparable a la dimensión del tubo

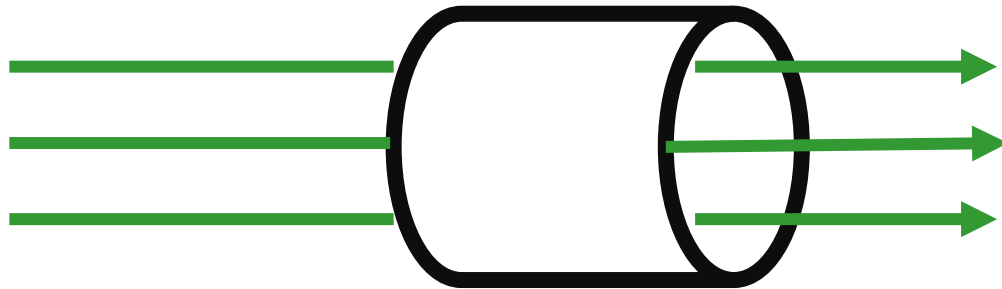


TINTA SINTÉTICA

TINTA SINTÉTICA
DILUIDA

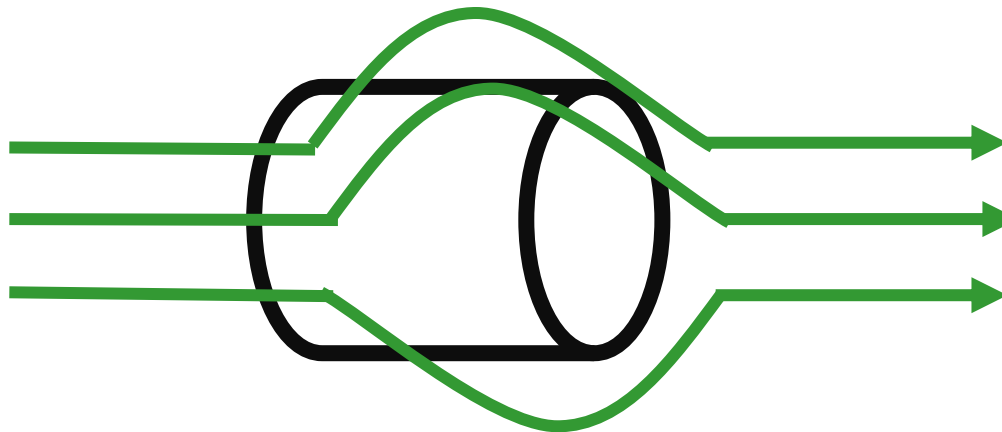
AGUA

Régímenes de circulación



INTERNO

El fluido circula por el interior de una conducción



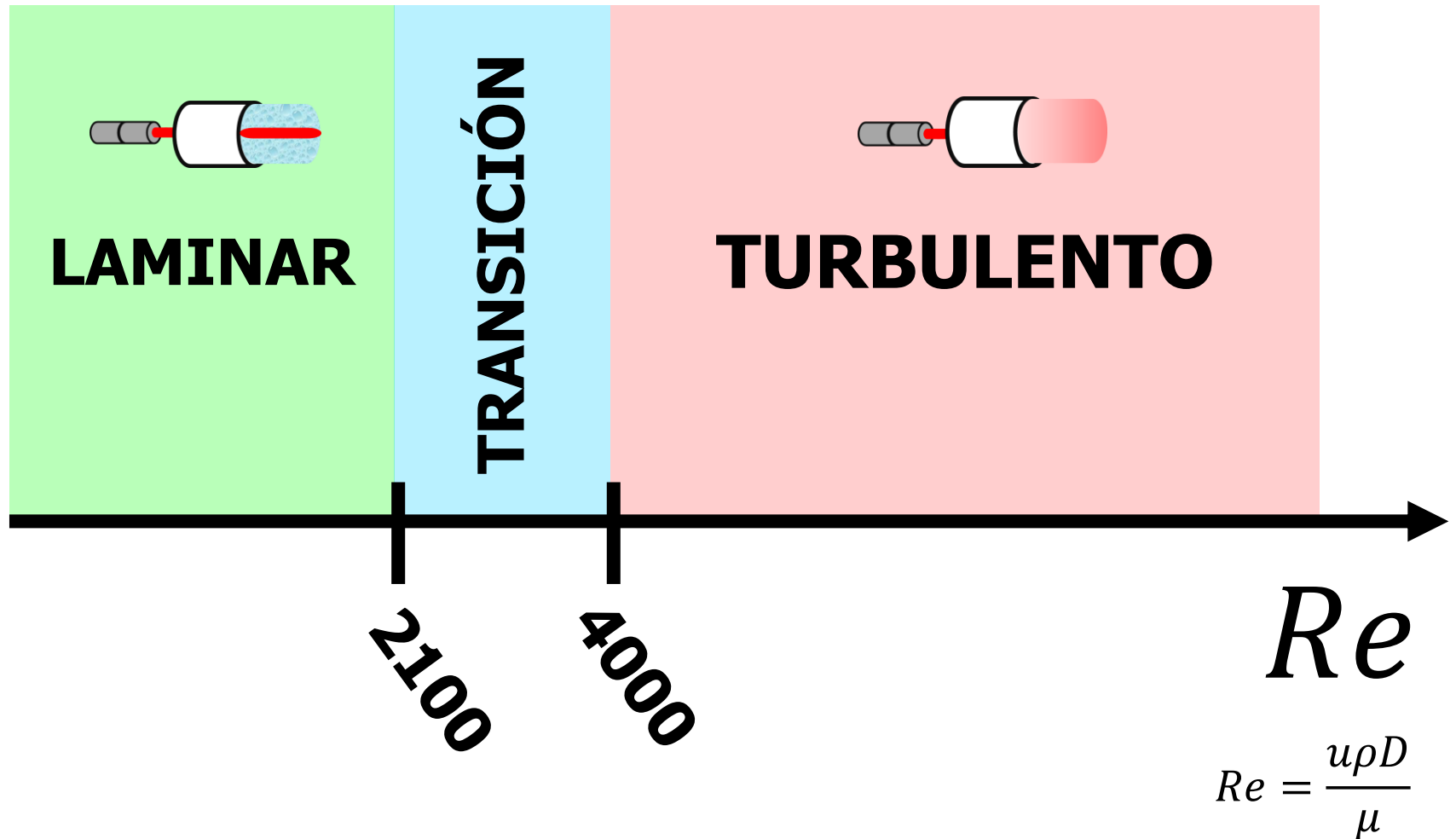
EXTERNO

El fluido circula por el exterior de la conducción



LÍNEAS DE FLUJO DE FLUIDO

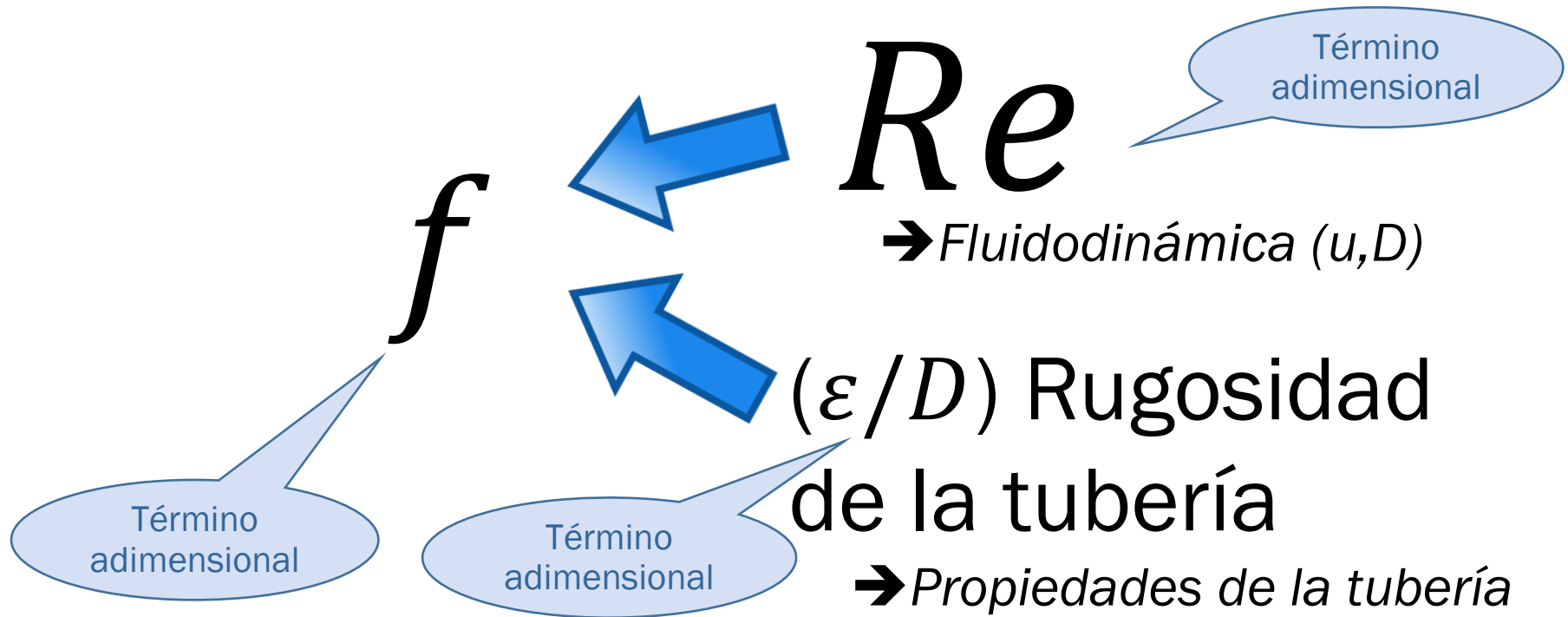
Régimenes de circulación



Régimenes de circulación



Definición del factor de fricción en tuberías



Término	Definición	Unidades
Re	Número adimensional de Reynolds	-
f	Factor de fricción	-
ε/D	Rugosidad relativa de la tubería	-

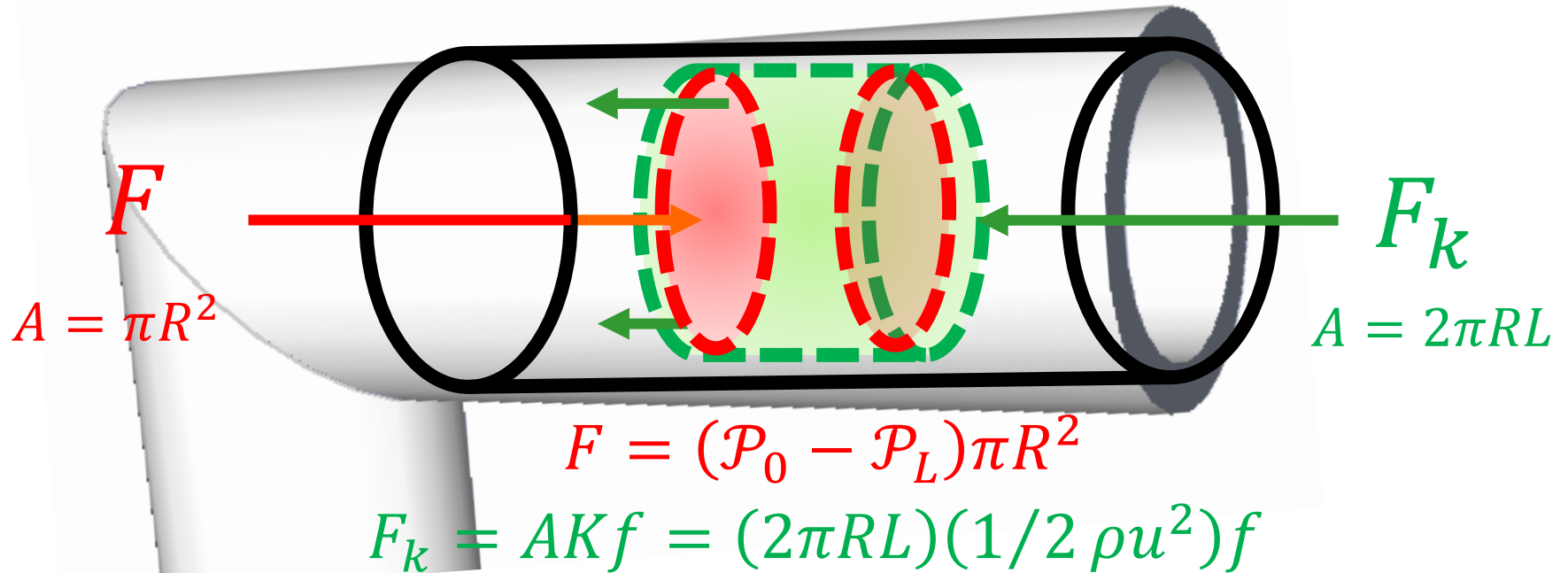
Definición del factor de fricción en tuberías

$$F_k = AKf \quad f = \frac{F_k}{AK}$$

¡Es un cociente de fuerzas!

Término	Definición	Unidades
F_k	Fuerza adicional relacionada con el comportamiento cinético del fluido	N
A	Área característica	m ²
K	Energía cinética por unidad de volumen	J·m ⁻³
f	Factor de fricción	-

Factor de fricción para flujo en conducciones



Término	Definición	Unidades
u	Velocidad lineal del fluido en la tubería	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
ρ	Densidad del fluido	$\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$
RL	Longitud de la tubería	m
R	Radio de la tubería	m
$\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L$	Gradiente de presión modificada	$\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$

Factor de fricción para flujo en conducciones

- 1 Balance de fuerzas → Velocidad constante $F = F_k$

$$(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)\pi R^2 = (2\pi RL)\left((1/2)\rho u^2\right)f$$

- 2 Despejar el factor de fricción

$$f = \frac{(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)\pi R^2}{(2\pi RL)\left((1/2)\rho u^2\right)}$$

- 3 Operar

$$f = \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) \frac{(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)}{\left((1/2)\rho u^2\right)}$$

Factor de fricción de Fanning

Factor de fricción para flujo en conducciones

4 Sustituir una expresión de la velocidad en

$$f = \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) \frac{(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)}{((1/2)\rho u^2)}$$



TURBULENTO

Resolución compleja,
datos experimentales

$$f = f\left(Re, \frac{L}{D}\right)$$



LAMINAR

*Fluido newtoniano en
tubería circular
(perfil desarrollado)*

$$f = 16/Re$$

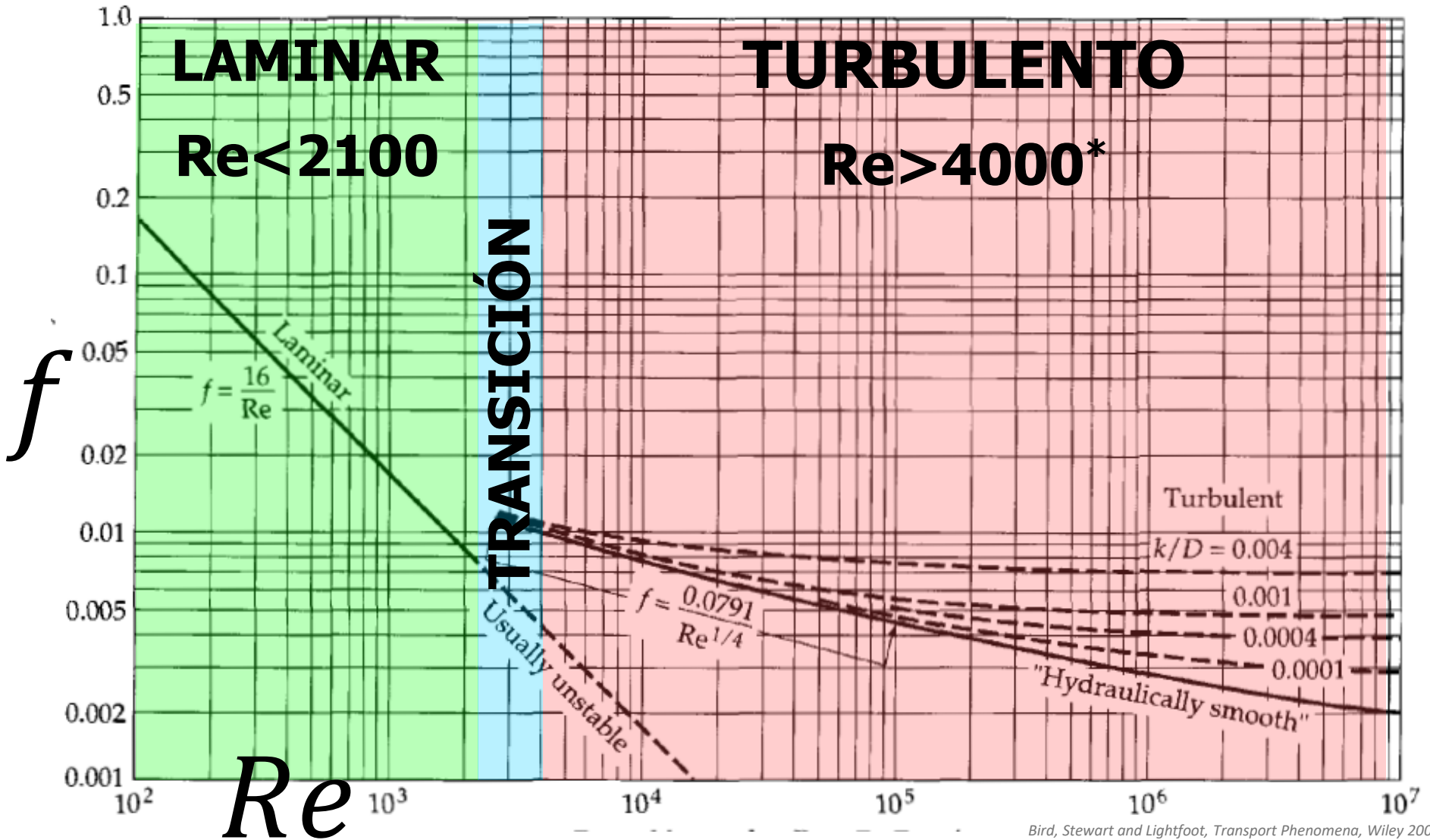
*Expresión
diferente si no
está
desarrollado

La región de entrada

La influencia del factor L/D se produce en la región de entrada al tubo, por lo que en función del régimen se puede simplificar aún más:

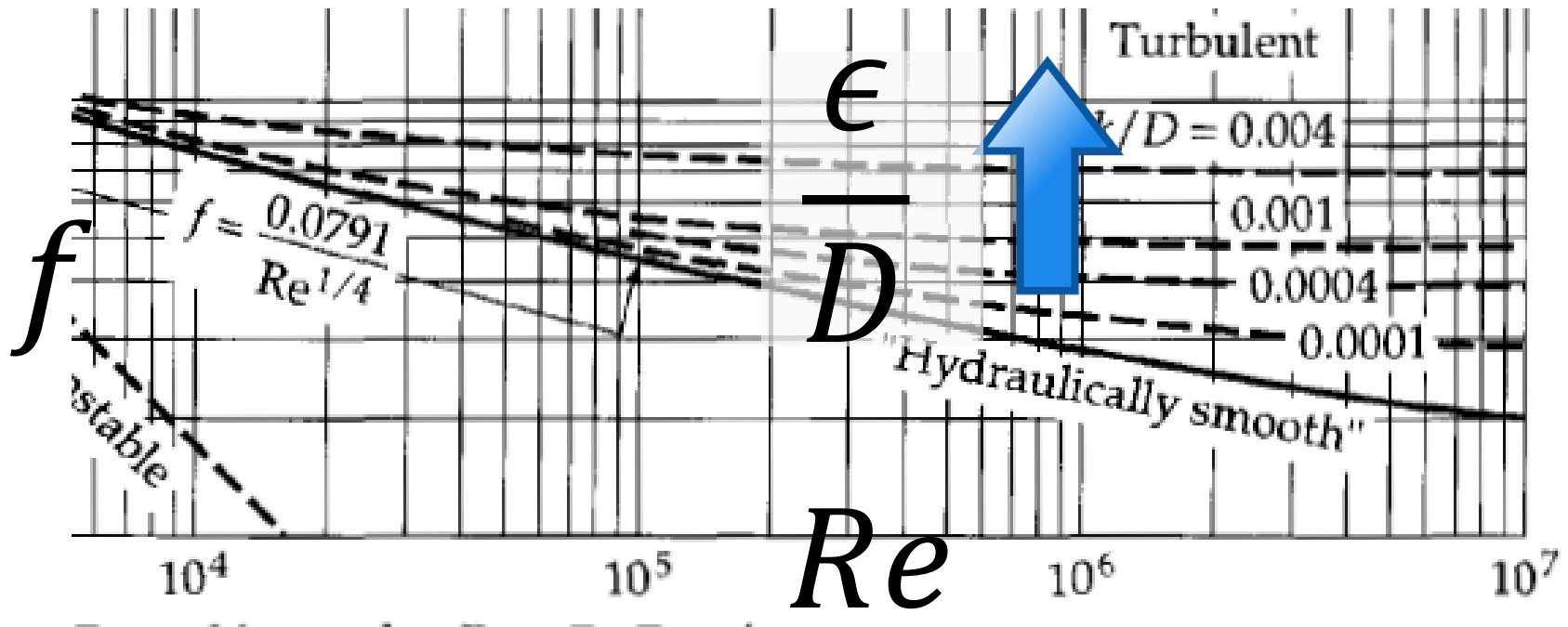
$$\begin{array}{ll} L \cong 0,0575 D Re & \text{RÉGIMEN LAMINAR} \\ L \cong 50 D & \text{RÉGIMEN TURBULENTO} \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad f = f(Re)$$

Diagrama de Moody: $f_{Fanning}$ vs Re conducciones (1944)



Influencia de la rugosidad de la conducción

En régimen laminar no hay influencia de la rugosidad de la tubería. Sin embargo, en régimen turbulento sí hay influencia de la rugosidad relativa.



Darcy vs Fanning

Es importante no confundir el factor de fricción de Fanning con el factor de fricción de Darcy (o factor de fricción de Darcy-Weisbach)

$$f_{Darcy} = 4 \cdot f_{Fanning}$$

Pérdidas friccionales

El factor de fricción f_F permite calcular el valor de las pérdidas friccionales en una tubería ΣF ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2}$)

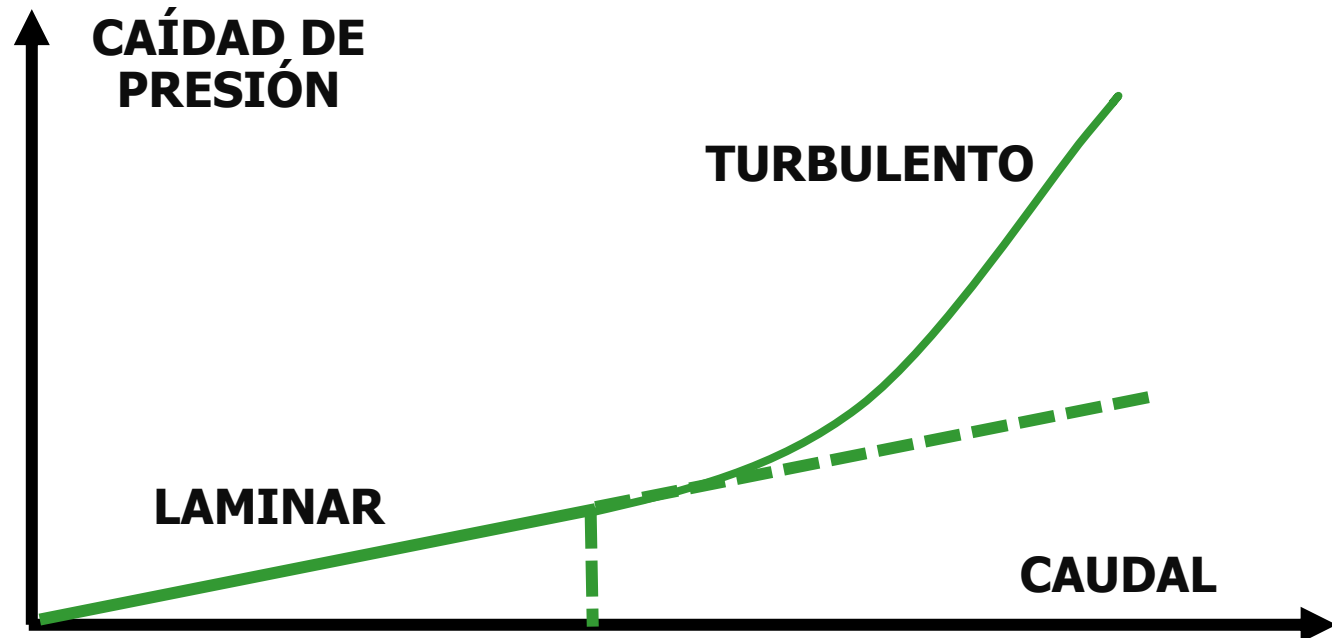
$$(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L)\pi R^2 = (2\pi RL)(1/2 \rho u^2)f$$

$$\frac{\Sigma F}{L} = 2f_F \frac{u^2}{D}$$

Basado en un balance de energía mecánica sobre dos puntos en una conducción de sección constante ($E_p \approx E_c \approx W_s \approx 0$).

La rugosidad de la tubería se traduce en una caída de presión

Pérdidas friccionales



En régimen turbulento se consiguen mejores coeficientes de transferencia de calor y materia a cambio de un mayor consumo en bombeo

Ecuación de Colebrook (-White) (1939)

Relación **implícita** entre el f_{Darcy} y el Re para una conducción con una rugosidad relativa $\frac{\epsilon}{D}$ por la que circula un fluido

$$\frac{1}{\sqrt{f_{Darcy}}} = -2 \log \left[\frac{2,51}{Re \sqrt{f_{Darcy}}} + \frac{1}{3,7} \left(\frac{\epsilon}{D} \right) \right]$$

Rango de validez $Re > 4 \cdot 10^3$

Muy adecuada para tuberías de acero comercial

Ecuación de Pavlov

Relación **explícita** entre el f_{Darcy} y el Re para una conducción con una rugosidad relativa $\frac{\epsilon}{D}$ por la que circula un fluido

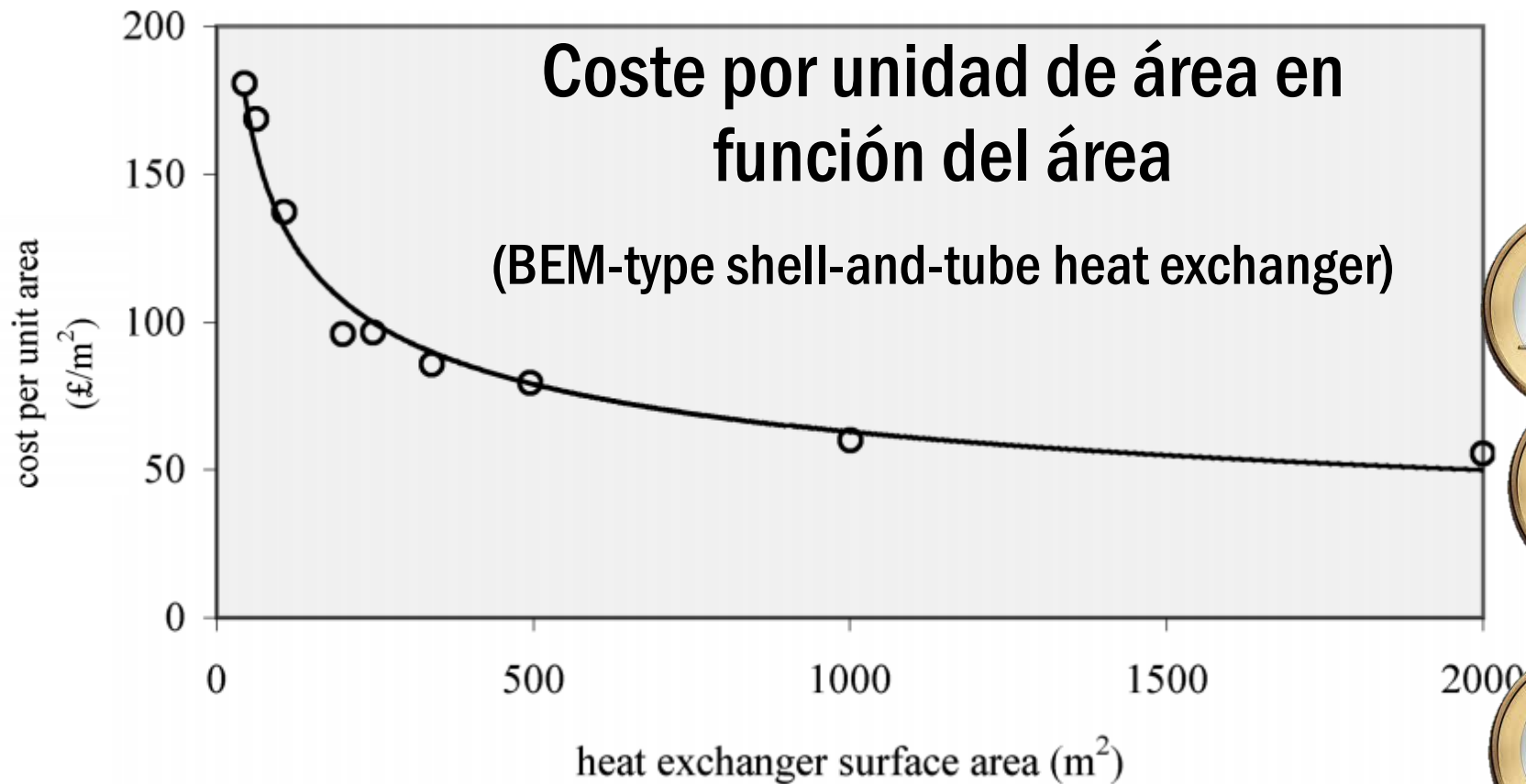
$$\frac{1}{\sqrt{f_{\text{Darcy}}}} = -2 \log \left[\frac{1}{3,7} \left(\frac{\epsilon}{D} \right) + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right]$$

Rango de validez $Re > 4 \cdot 10^3$

5.2 Coeficiente de transferencia de calor por convección



Relevancia del coef. de transf. de calor: un ejemplo



Definición del coef. de transf. de calor por convección

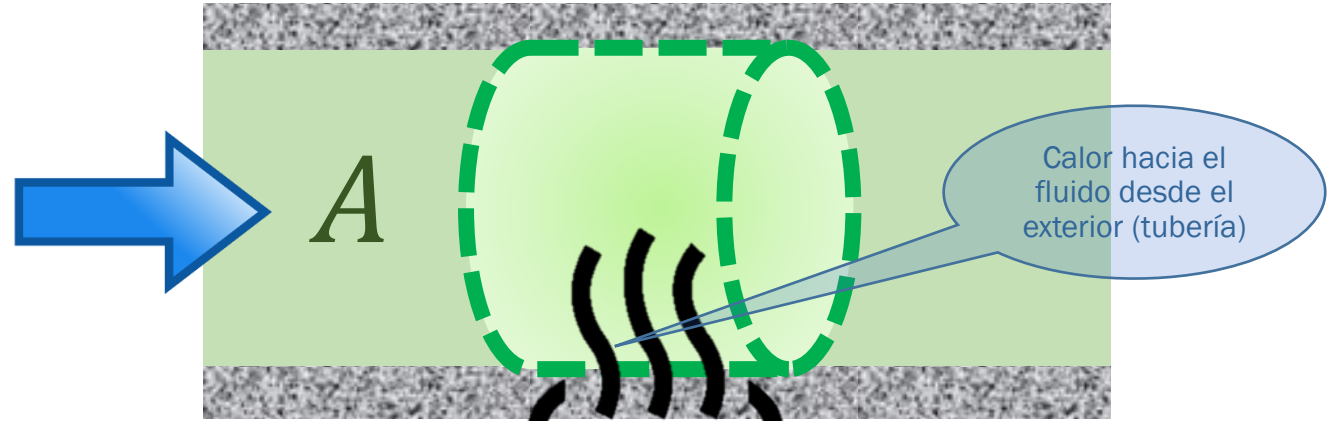
The diagram illustrates the definition of the convection coefficient h through two equivalent mathematical expressions. The first expression is $h = \frac{q}{\Delta T}$, where h is identified by a callout as the 'Factor de proporcionalidad' (proportionality factor) and q is identified as the 'Término dimensional' (dimensional term). The second expression is $h = \frac{Q}{A\Delta T}$, where Q is identified as being 'Vinculado a un área' (linked to an area) and the product $A\Delta T$ is identified as being 'Vinculado a una dif. de temperatura' (linked to a temperature difference).

$$h = \frac{q}{\Delta T} = \frac{Q}{A\Delta T}$$

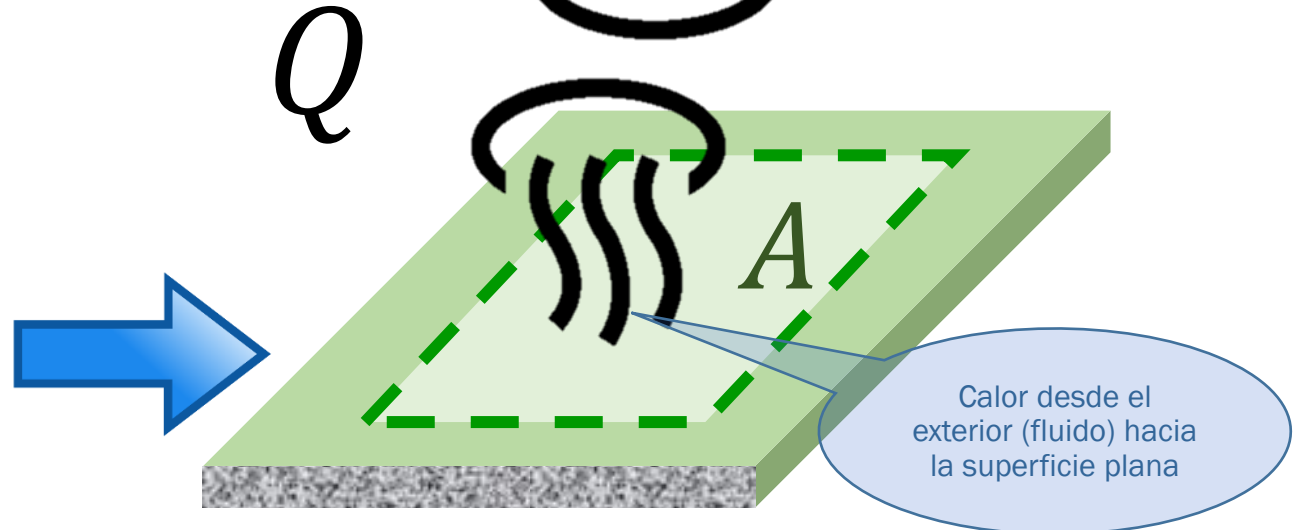
Término	Definición	Unidades
Q	Flujo de calor hacia el fluido	$\text{J}\cdot\text{s}^{-1}$
q	Densidad de flujo de calor	$\text{J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$
A	Área característica	m^2
ΔT	Diferencia de temperatura característica	K
h	Coef. de transferencia de calor por convección	$\text{J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

Definición del área de transferencia

Área interior
de la tubería



Área de la
superficie
plana



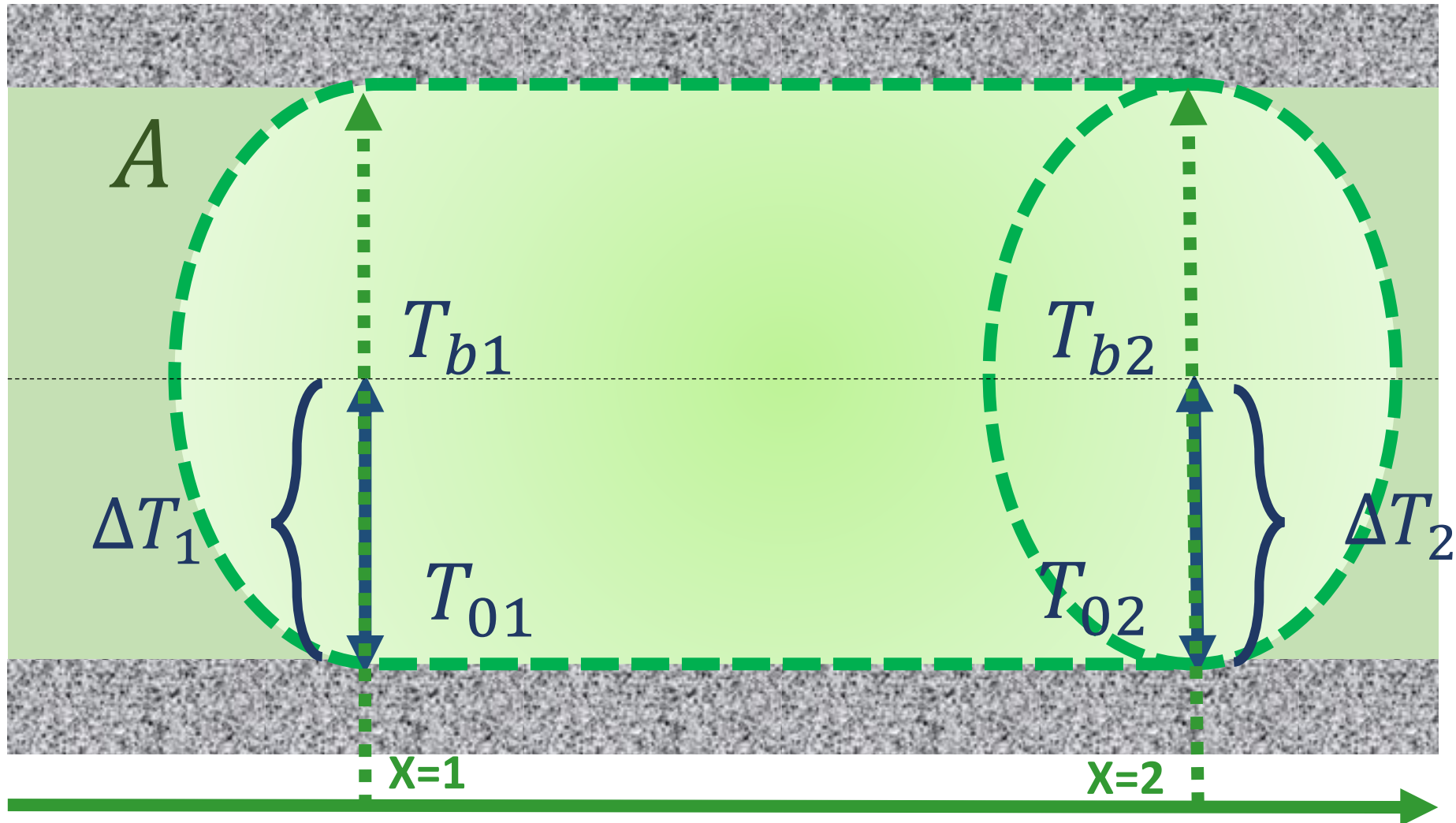
Definición de la dif. de temperatura característica

$$\Delta T_1 = T_{01} - T_{b1}$$

$$\Delta T_a = \frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{2}$$

$$\Delta T_{ln} = \frac{(T_{01} - T_{b1}) - (T_{02} - T_{b2})}{\ln(T_{01} - T_{b1}) - \ln(T_{02} - T_{b2})}$$

Definición de la dif. de temperatura característica



Número adimensional de Nusselt

$$Nu = \frac{\text{TRANSF. CALOR CONVECCIÓN}}{\text{TRANSF. CALOR CONDUCCIÓN}}$$



Número adimensional de Nusselt

The diagram shows the equation $Nu = \frac{hL}{k}$ with four callout boxes explaining its parts:

- Término de proporcionalidad**: Points to the hL term in the numerator.
- Depende de la geometría**: Points to the L (characteristic length) in the numerator.
- Término adimensional**: Points to the Nu symbol on the left side of the equation.
- Depende del fluido**: Points to the k (thermal conductivity) in the denominator.

Término	Definición	Unidades
Nu	Número adimensional de Nusselt	-
h	Coef. de transferencia de calor por convección	J·s ⁻¹ ·m ⁻² ·K ⁻¹
k	Conductividad térmica del fluido	J·s ⁻¹ ·m ⁻¹ ·K ⁻¹
L	Longitud característica	m

Número adimensional de Prandtl


$$Pr = \frac{\text{DIFUSIÓN DE CANT. MOVIMIENTO}}{\text{DIFUSIÓN DE CALOR}}$$

Número adimensional de Prandtl

The diagram illustrates the Prandtl number formula, $Pr = \frac{C_p \mu}{k}$, with callouts explaining each term:

- Depende del fluido** (Depends on the fluid) for C_p .
- Depende del fluido** (Depends on the fluid) for μ .
- Depende del fluido** (Depends on the fluid) for k .
- Término adimensional** (Dimensionless term) for the entire expression Pr .

Término	Definición	Unidades
Pr	Número adimensional de Prandtl	-
C_p	Capacidad calorífica específica del fluido	$J \cdot (g \cdot K)^{-1}$
μ	Viscosidad dinámica del fluido	$g \cdot (m \cdot s)^{-1}$
k	Conductividad térmica del fluido	$J \cdot s^{-1} \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

Número adimensional de Grashof (calor)



A grayscale background image showing a hot air balloon with a checkered pattern floating over a cityscape. The text of the equation is overlaid on this image.

$$Gr = \frac{\text{FUERZAS DE FLOTACIÓN}}{\text{FUERZAS VISCOSAS}}$$

Número adimensional de Grashof (calor)

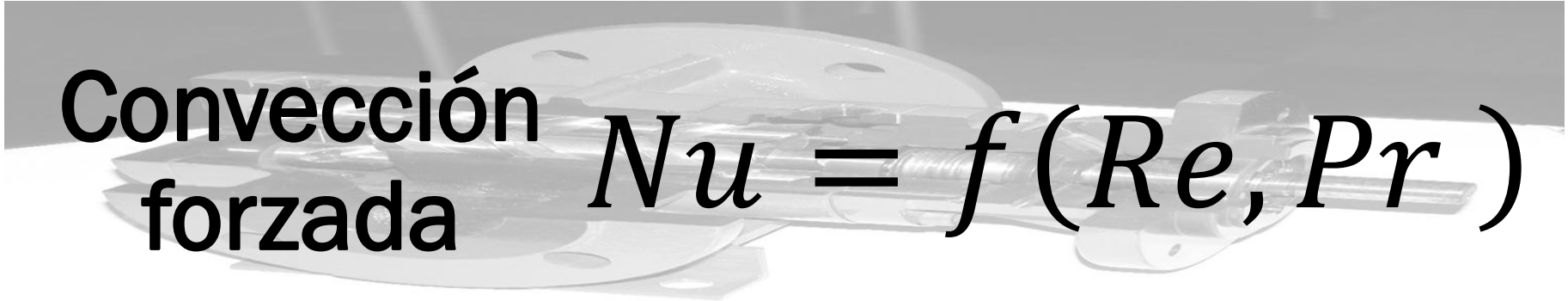
The diagram shows the Grashof number formula: $Gr = \frac{g \rho^2 \beta (\Delta T) L^3}{\mu^2}$. Callouts provide context for each term:

- Gr : Término adimensional
- g : Depende del fluido
- ρ : 1/T en gases ideales
- β : Dif. de temperatura
- ΔT : Depende de la geometría
- L : Depende del fluido
- μ : Depende del fluido

Término	Definición	Unidades
Gr	Número adimensional de Grashof	-
g	Aceleración debido a la gravedad	m·s ⁻²
ρ	Densidad del fluido	g·m ⁻³
β	Coeficiente de expansión volumétrico	K ⁻¹
ΔT	Diferencia de temperatura entre la superficie de ref. y el bulk del fluido	K
L	Longitud característica	m
μ	Viscosidad dinámica del fluido	g·(m·s) ⁻¹

Expresión de las correlaciones del número de Nusselt

**Convección
forzada**


$$Nu = f(Re, Pr)$$

**Convección
libre**

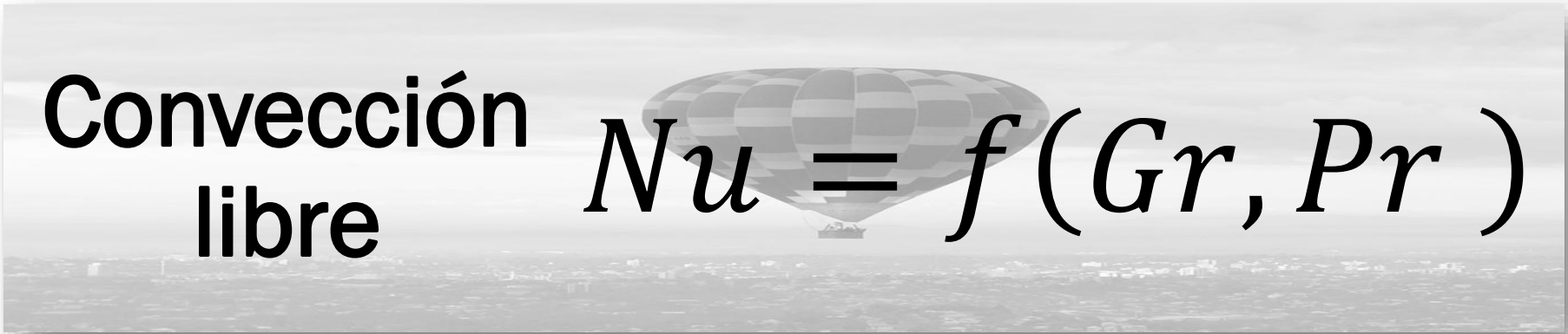
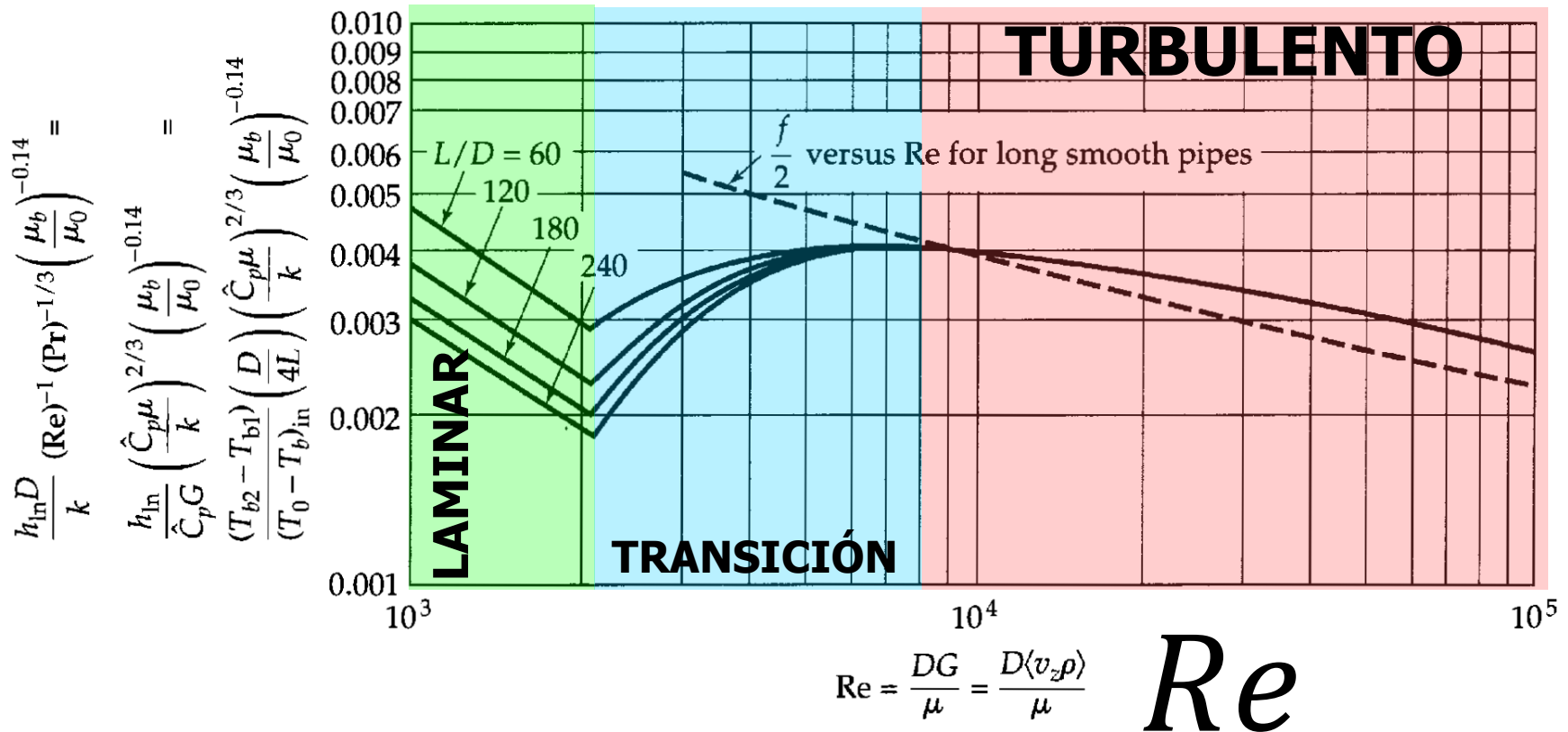

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

Diagrama de Sieder-Tate



Interior tuberías cilíndricas

Correlaciones de Sieder-Tate

$$Nu = 0,027 Re^{(4/5)} Pr^{(1/3)} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

Rango de validez $Re > 1 \cdot 10^5$; $0,7 < Pr < 16,7 \cdot 10^3$,
propiedades en el bulk (b) excepto la viscosidad en la superficie (s)

Interior tuberías cilíndricas

Órdenes de magnitud de h



5.3 Coeficiente de transferencia de materia



Relevancia del coef. de transf. de materia: un ejemplo

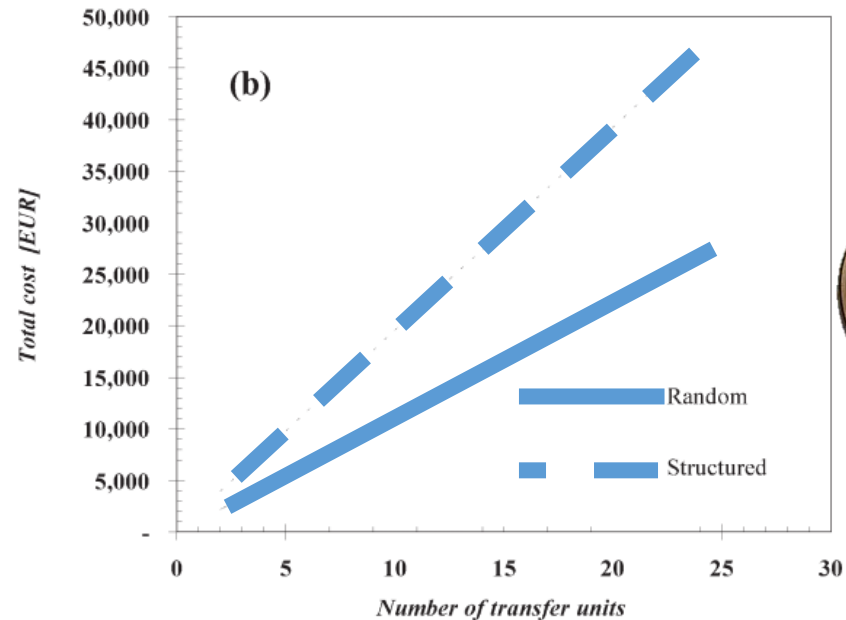


Fig. 7 – Minimum total costs: comparison between structured and random packings. (a) The influence of the depreciation period (column vessel in AISI 304 and packings in AISI 316); (b) The influence of the number of transfer units (column vessel in glass fiber and packings in polypropylene). (Absorption system: NH_3 in air into a dilute HCl solution).



Definición del coeficiente de transferencia de materia

The diagram illustrates the definition of the mass transfer coefficient k_c through the equation:

$$k_c = \frac{W_{A0}}{A \Delta C_A} = \frac{N_{A0}}{(C_{A1} - C_A)}$$

Callouts provide the following explanations:

- Término dimensional**: Points to k_c .
- factor de proporcionalidad**: Points to k_c .
- Es una constante de velocidad para el movimiento desde el bulk/interfase***: Points to k_c .
- Formulación linealizada válida para bajo flujo o soluciones diluidas; no es una definición universal**: Points to the denominator $A \Delta C_A$.
- Vinculado a un área**: Points to A .
- Concentración en la interfase**: Points to C_{A1} .
- Concentración en el bulk**: Points to C_A .

Término	Definición	Unidades
N_{A0}	Densidad de flujo molar de la sustancia A	$\text{mol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
W_{A0}	Flujo molar para la sustancia A	$\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$
A	Área característica	m^2
k_c	Coeficiente de transferencia de materia	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Definición del coeficiente de transferencia de materia

Table 8.2-2 *Common definitions of mass transfer coefficients*

Basic equation	Typical units of k^a	Remarks
$N_1 = k\Delta c_1$	cm/sec	Common in the older literature; used here because of its simple physical significance
$N_1 = k_p\Delta p_1$	mol/cm ² sec Pa	Common for a gas adsorption; equivalent forms occur in medical problems
$N_1 = k_x\Delta x_1$	mol/cm ² sec	Preferred for practical calculations, especially in gases
$N_1 = k\Delta c_1 + c_1v^0$	cm/sec	Rarely used; an effort to include diffusion-induced convection (cf. k in Eq. 9.5-2 et seq.)

Notes: ^a In this table, N_1 is defined as moles/ L^2t , and c_1 as moles/ L^3 . Parallel definitions where N_1 is in terms of M/L^2t and c_1 is M/L^3 are easily developed. Definitions mixing moles and mass are infrequently used.

Definición del coeficiente de transferencia de materia

TABLE 15.1 Definitions of Mass Transfer Coefficients

Mass Transfer Coefficient	Units	Definition	Driving Force	Phase
k_y	$\text{kmol}/(\text{m}^2 \text{ s})$	$N_A^* = k_y(y_s - y_\infty)$	Δy	Gas phase
k_G	$\text{kmol}/(\text{m}^2 \text{ s kPa})$	$N_A^* = k_G(p_s - p_\infty)$	Δp	Gas phase
k_Y	$\text{kmol}/(\text{m}^2 \text{ s})$	$N_A^* = k_Y(Y_s - Y_\infty)$	ΔY	Gas phase
k	m/s	$N_A = \rho_{Gk}(m_{Gs} - m_{G\infty})$	Δm_G	Gas phase
k_H	$\text{kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$	$N_A = k_H(H_s - H_\infty)$	ΔH	Gas phase
k_L	m/s	$N_A^* = k_L(c_s - c_\infty)$	Δc	Liquid phase
k_x	$\text{kmol}/(\text{m}^2 \text{ s})$	$N_A^* = k_x(x_s - x_\infty)$	Δx	Liquid phase
k_X	$\text{kmol}/(\text{m}^2 \text{ s})$	$N_A^* = k_X(X_s - X_\infty)$	ΔX	Liquid phase
k	m/s	$N_A = \rho_{Lk}(m_{Ls} - m_{L\infty})$	Δm_L	Liquid phase

c = molar density, mol/m^3 ; H = absolute humidity; N_A = mass flux, $\text{kg}/\text{m}^2 \text{ s}$; $N_A^* = N_A/M_A$ = molar flux, $\text{kmol}/\text{m}^2 \text{ s}$; p = partial pressure, kPa; x, y = mole fraction; $X = x/(1 - x)$; $Y = y/(1 - y)$; m = mass fraction.

Gradiente como fracción molar en la fase líquida

Gradiente como concentración en la fase líquida

La definición de k va a estar vinculada al tipo de flujo, másico o molar, y al gradiente empleado: fracción molar en fase gas o líquida, presiones parciales, fracción molar en fase líquida, concentración en fase líquida, etc.

Definición del coeficiente de transferencia de materia

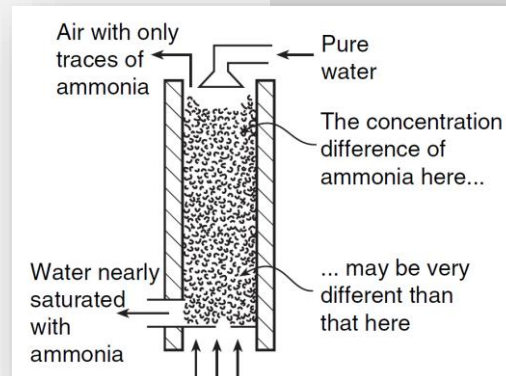
Coeficientes locales versus promedios

Coeficientes locales

A medida que se transfiere materia en una columna, el gradiente de concentraciones cambia y por tanto también lo hace k_c . En una cierta altura de la columna tenemos coeficientes locales

Coeficientes promedios

Se obtendrían como promedio a lo largo de toda la altura de la columna. Es preciso distinguir los globales de los locales para evitar ambigüedades



Número adimensional de Sherwood


$$Sh = \frac{\text{TRANSFERENCIA DE MATERIA POR CONVECCIÓN}}{\text{TRANSFERENCIA DE MATERIA POR DIFUSIÓN}}$$

Número adimensional de Sherwood

The diagram shows the equation $Sh = \frac{k_x L}{D_{AB}}$ with four callout boxes:

- A callout pointing to k_x says "Término de proporcionalidad".
- A callout pointing to L says "Depende de la geometría".
- A callout pointing to D_{AB} says "Depende del fluido".
- A callout pointing to the entire fraction $\frac{k_x L}{D_{AB}}$ says "Término adimensional".

Término	Definición	Unidades
Sh	Número adimensional de Sherwood	-
k_x	Coeficiente de transferencia de materia	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
D_{AB}	Difusividad de una sust. A en el seno de la sust. B	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
L	Longitud característica	m

Número adimensional de Schmidt


$$Sc = \frac{\text{DIFUSIÓN DE CANT. DE MOVIMIENTO}}{\text{DIFUSIÓN DE MATERIA}}$$

Número adimensional de Schmidt

The diagram shows the equation for the Schmidt number, $Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$. Callouts provide context for each term:

- Término adimensional**: Points to the Sc term.
- Depende del fluido**: Points to the μ (dynamic viscosity) term.
- Depende del fluido**: Points to the ρD_{AB} (density times diffusivity) term.

Término	Definición	Unidades
Sc	Número adimensional de Schmidt	-
ρ	Densidad del fluido	$\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$
μ	Viscosidad dinámica del fluido	$\text{g}\cdot(\text{m}\cdot\text{s})^{-1}$
D_{AB}	Difusividad de una sust. A en el seno de la sust. B	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$

Número adimensional de Grashof (materia)


$$Gr = \frac{\text{FUERZAS DE FLOTACIÓN}}{\text{FUERZAS VISCOSAS}}$$

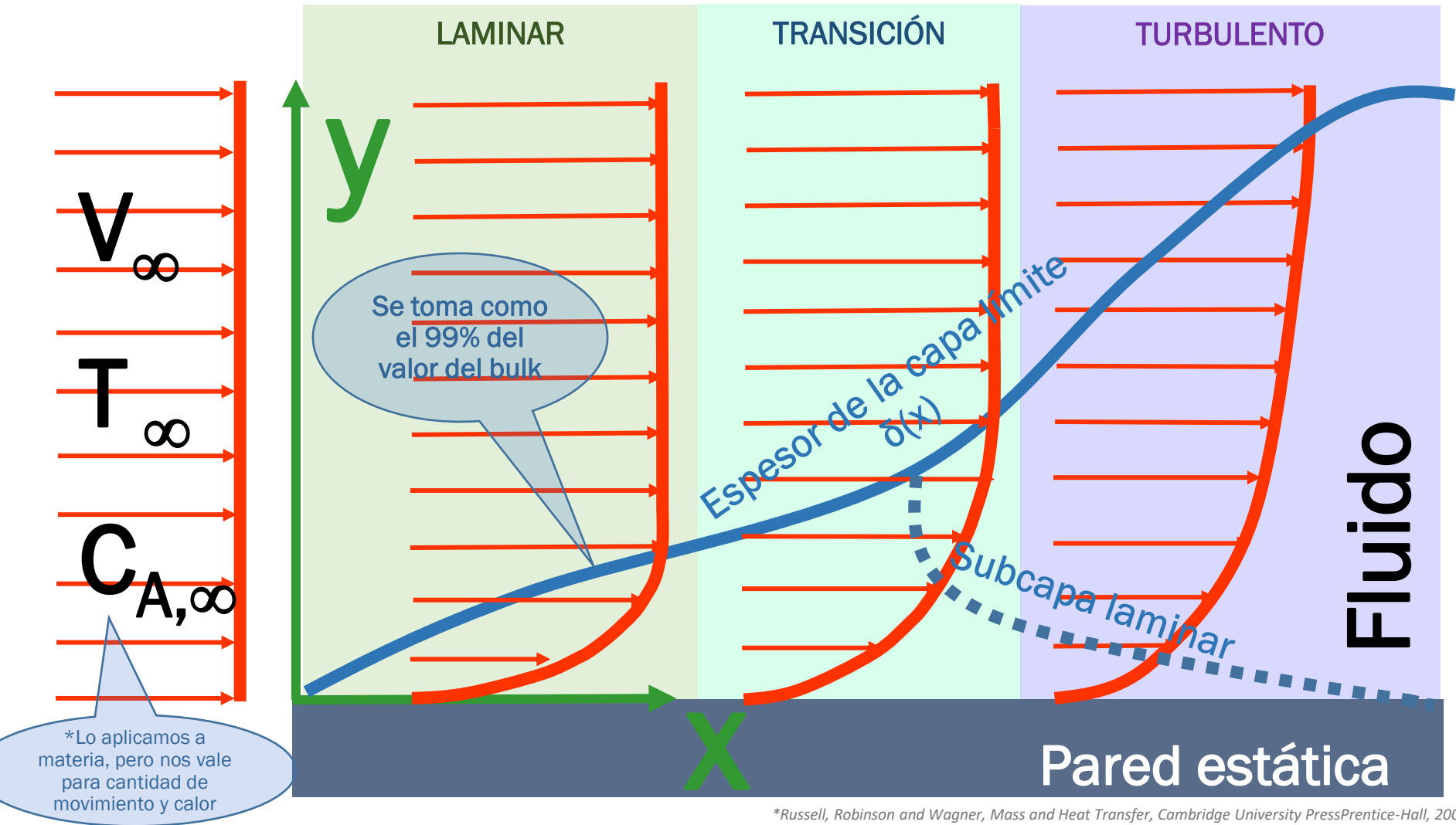
Número adimensional de Grashof (materia)

The diagram shows the Grashof number equation: $Gr = \frac{g \rho^2 \beta (\Delta C) L^3}{\mu^2}$. Callouts provide context for each term: 'Término adimensional' points to 'Gr'; 'Depende del fluido' points to 'ρ'; 'Dif. de concentración' points to 'ΔC'; 'Depende de la geometría' points to 'L³'; '1/C' points to 'β'; and 'Depende del fluido' points to 'μ²'.

$$Gr = \frac{g \rho^2 \beta (\Delta C) L^3}{\mu^2}$$

Término	Definición	Unidades
Gr	Número adimensional de Grashof	-
g	Aceleración debido a la gravedad	m·s ⁻²
ρ	Densidad del fluido	g·m ⁻³
β	Coeficiente de expansión volumétrico	mol ⁻¹
ΔC	Diferencia de concentración entre la sup. de ref. y el bulk del fluido	mol
L	Longitud característica	m
μ	Viscosidad dinámica del fluido	g·(m·s) ⁻¹

Concepto de capa límite (*boundary layer*)

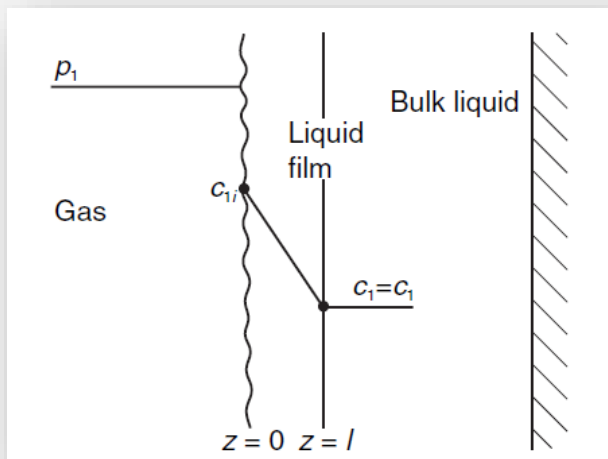


Cálculo de coeficientes de transferencia de materia

Modelos teóricos versus Correlaciones experimentales

Modelos teóricos

Estas teorías son aclaratorias, más correctas para transferencia de materia sólido-líquido, pero no son en ningún caso sustitutos de experimentos



Correlaciones exp. de Trans. Mat.

Se pueden dividir en correlaciones para interfases fluido-fluido y para sólido-fluido. Se basan en experimentación, con márgenes de error del 30%

Table 8.3-2 Selected mass transfer correlations for fluid-fluid interfaces^a

Physical situation	Basic equation ^b	Key variables	Remarks
Liquid in a packed tower	$k \left(\frac{1}{\nu g} \right)^{1/3} = 0.0051 \left(\frac{\rho^0}{\mu} \right)^{0.67} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{0.50} (ad)^{0.4}$ $\frac{kd}{D} = 25 \left(\frac{d^0 \rho^0}{\nu} \right)^{0.45} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{0.5}$ $\frac{k}{\rho^0} = d \left(\frac{d^0 \rho^0}{\nu} \right)^{-0.3} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{0.5}$	a = packing area per bed volume d = nominal packing size d = nominal packing size d = nominal packing size	Probably the best available correlation for liquids; tends to give lower value than other correlations The classical result, widely quoted; probably less successful than above Based on older measurements of height of transfer units (HTUs); a is of order one
Gas in a packed tower	$\frac{k}{aD} = 3.6 \left(\frac{\rho^0}{\mu} \right)^{0.30} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{1/3} (ad)^{-2/3}$ $\frac{kd}{D} = 1.2 (1 - \epsilon)^{0.36} \left(\frac{d^0 \rho^0}{\nu} \right)^{0.64} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	a = packing area per bed volume d = nominal packing size d = nominal packing size ϵ = bed void fraction	Probably the best available correlation for gases Again, the most widely quoted classical result
Pure gas bubbles in a stirred tank	$\frac{kd}{D} = 0.13 \left(\frac{(P/V) d^4}{\mu \nu} \right)^{1/4} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = bubble diameter P/V = stirrer power per volume	Note that k does not depend on bubble size
Pure gas bubbles in an unstirred tank	$\frac{kd}{D} = 0.31 \left(\frac{d^3 g \Delta \rho}{\nu^2} \right)^{1/3} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = bubble diameter $\Delta \rho$ = density difference between bubble and surrounding fluid	Drops 0.3-cm diameter or larger
Small liquid drops rising in unstirred solution	$\frac{kd}{D} = 1.13 \left(\frac{d^0 \rho^0}{\nu} \right)^{0.8}$	d = drop diameter d^0 = drop velocity	These small drops behave like rigid spheres
Falling films	$\frac{kz}{D} = 0.69 \left(\frac{z \mu}{D} \right)^{0.5}$	z = position along film $\bar{v}$ = average film velocity	Frequently embossed and embellished

Notes: ^a The symbols used include the following: D is the diffusion coefficient; g is the acceleration due to gravity; k is the local mass transfer coefficient; ν^0 is the superficial fluid velocity; and ν is the kinematic viscosity.

^b Dimensionless groups are as follows: $\frac{D}{\nu}$ and $\rho^0 \bar{v} D$ are Reynolds numbers; ν/D is the Schmidt number; $d^3 g (\Delta \rho / \nu) / \nu^2$ is the Grashof number, kd/D is the Sherwood number, and $k_i / (\nu g)^{1/3}$ is an unusual form of the Stanton number.

Modelos teóricos para coef. de trans. de materia

- Teoría de la película $\ddagger$,**
- Teoría de la capa límite*, $\ddagger$
- Teoría de la penetración $\ddagger$,**
- Teoría de renovación de la superficie**

Lo aplicamos a materia (cálculo de k_c), pero nos vale para cantidad de movimiento y calor



Realidad experimental**

$$k_c \propto D_{AB}^{1/2} u^{0,45-0,7} \text{ líquidos}$$
$$k_c \propto D_{AB}^{2/3} u^{0,5-0,8-2/3} \text{ gases}$$

Russell, Robinson and Wagner, Mass and Heat Transfer, Cambridge University Press Prentice-Hall, 2008

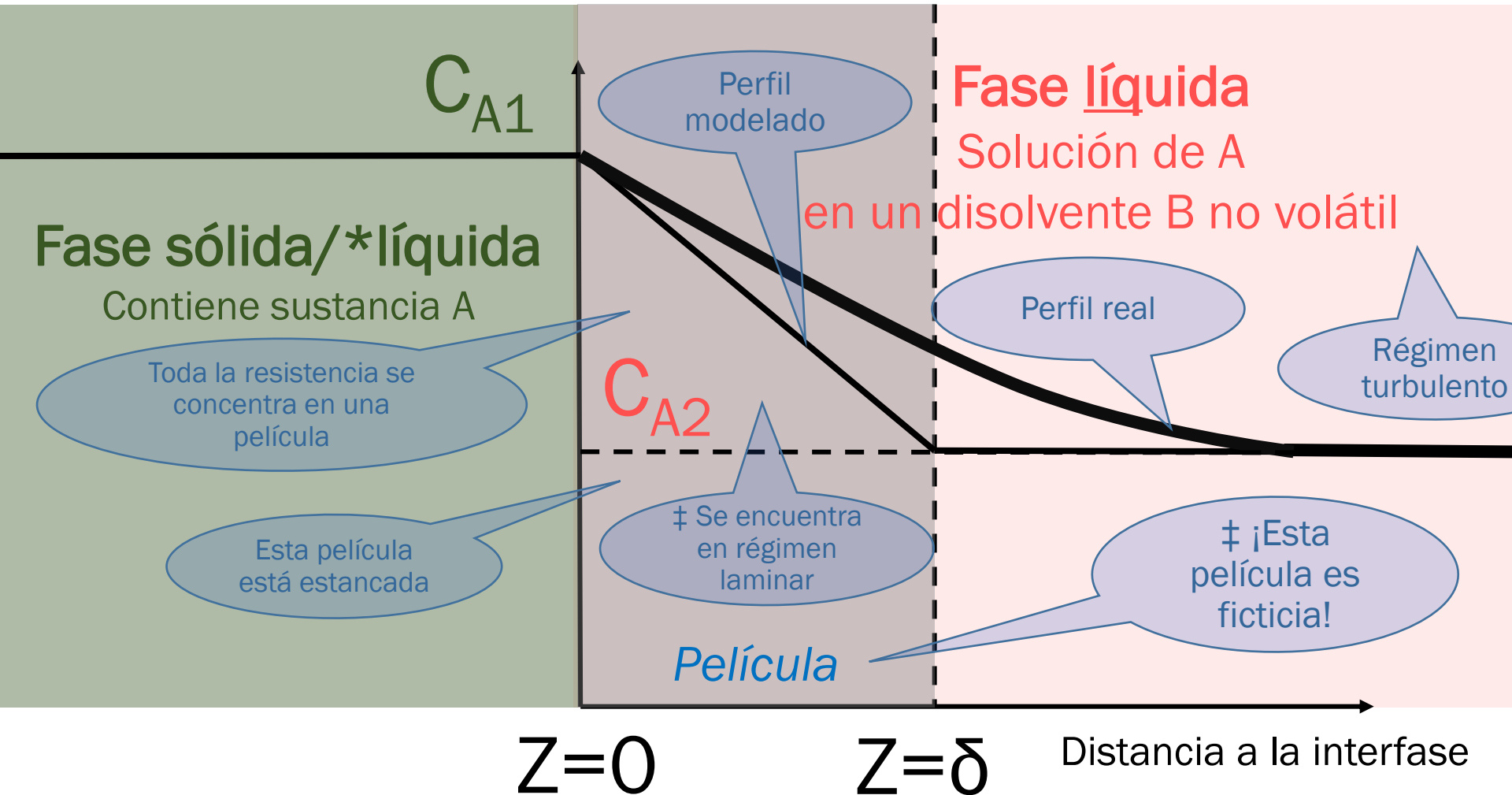
*Baehr and Stephan, Heat and mass transfer, 3rd edition, Springer, 2011

$\ddagger$ Welty, Wicks Wilson, Rorrer, Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer, 5th Ed. Wiley, 2008

**Cussler, Diffusion, Mass Transfer in Fluid Systems, Cambridge University Press, 2009

Teoría de la película

(Nernst, 1904, Whitman 1923, Lewis y Whitman 1924)

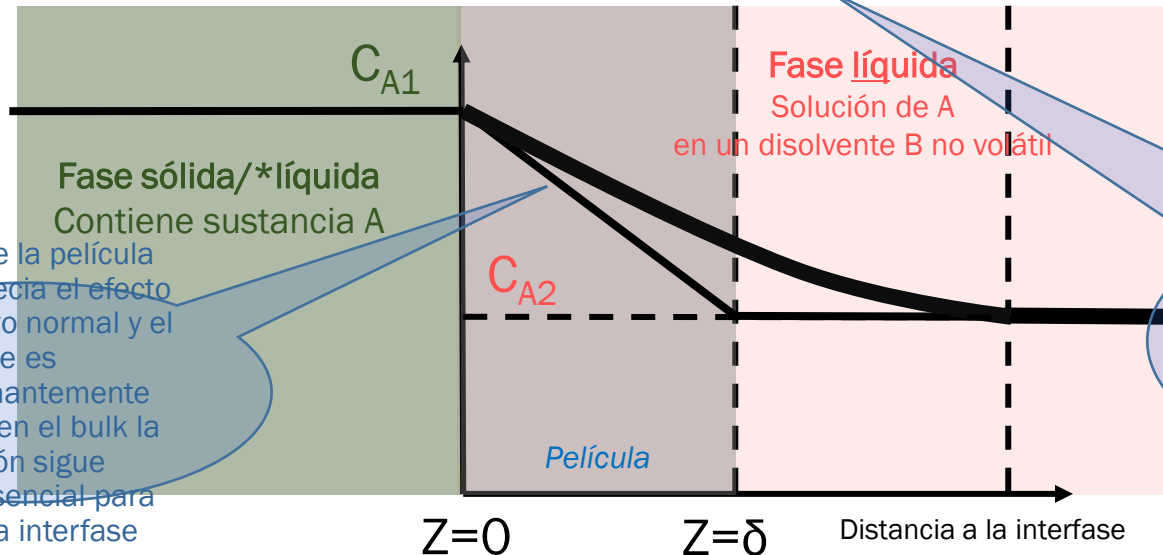


Teoría de la película

$$N_A = k_c (C_{A1} - C_{A2})$$
$$= \frac{D_{AB}}{\delta} (C_{A1} - C_{A2})$$

$$\Rightarrow Sh = 1^{*,**}$$

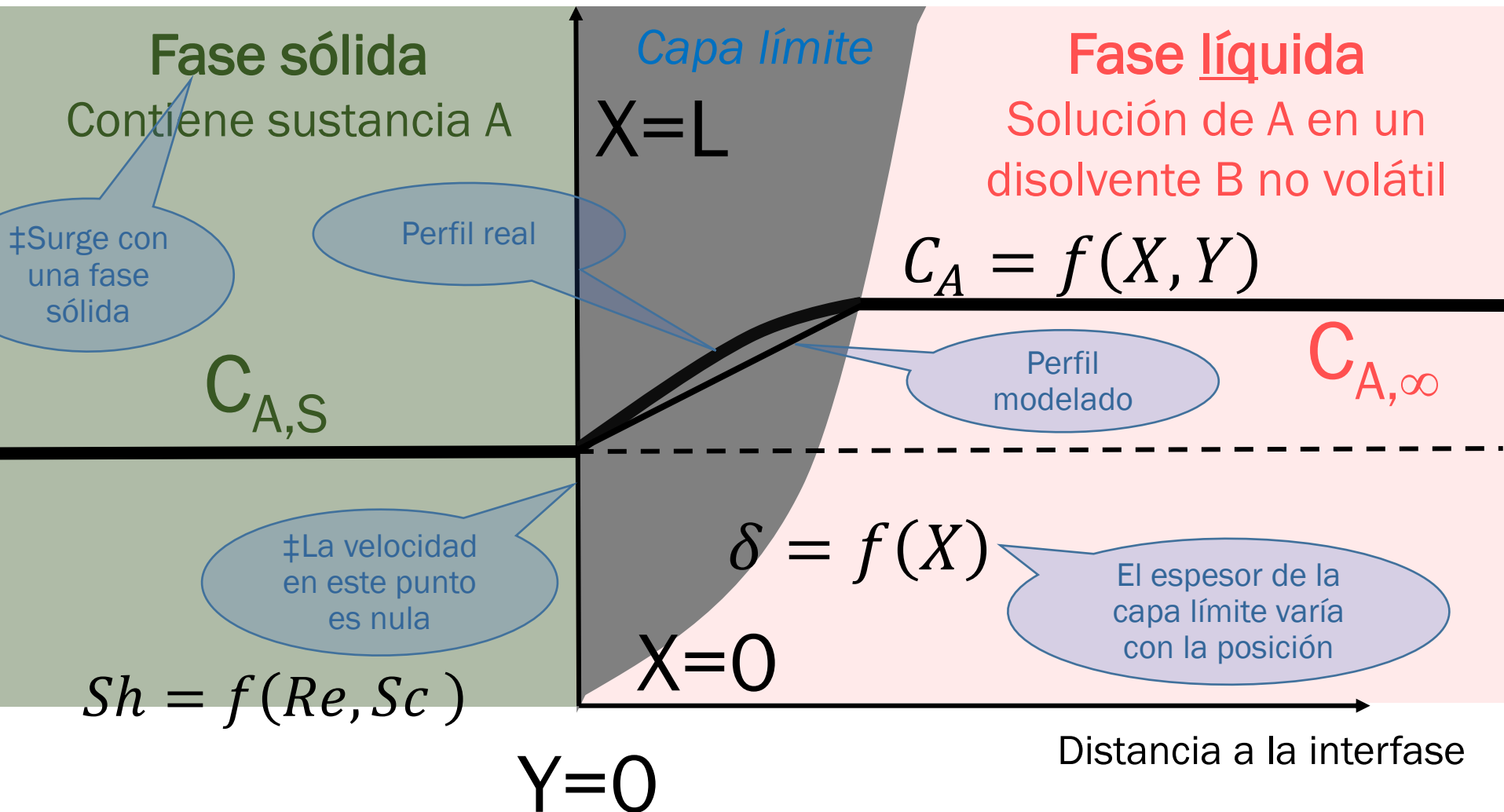
Paralelismo con la de la ley de Fick



**Solo depende de la difusividad pero para nada influye la velocidad lineal del fluido u

**Su utilidad reside en que nos permite 1) dar una visión sencilla de la transferencia de materia en la interfase y 2) adecuada si hay reacciones químicas

Teoría de la capa límite



Teoría de la capa límite

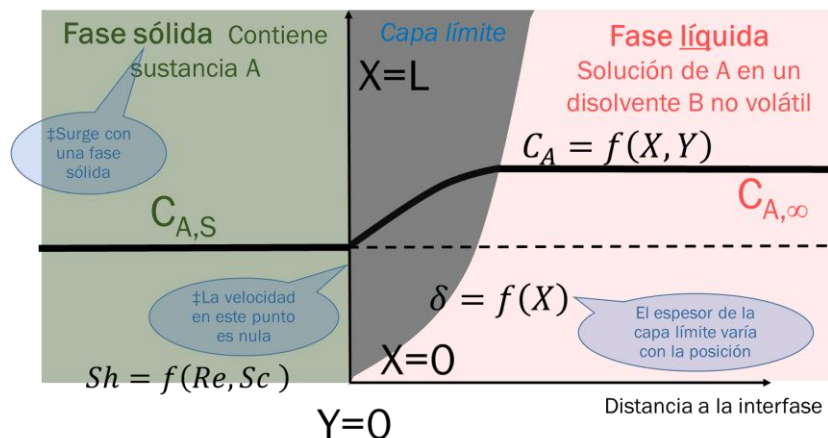
$$Sh = 0,332 Re_x^{1/2} Sc^{1/3}$$

Rango de validez $Re < 2 \cdot 10^5$

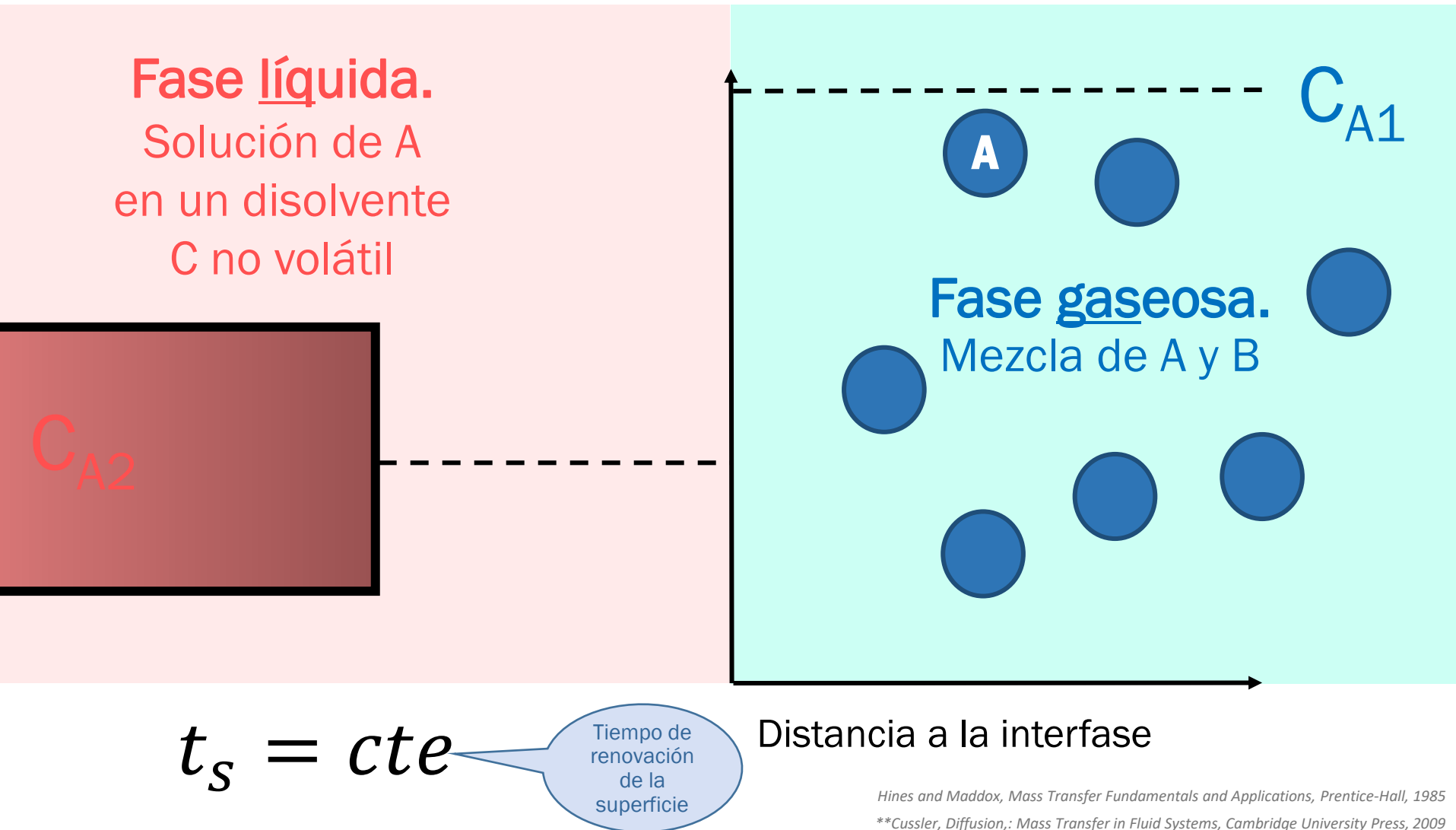
Es válido para la difusión a través de la capa laminar cuando una de las fases es sólida

0,664 para un promedio en una longitud $x=L$

0,332 para una longitud $x=L$ desde $x=0$



Teoría de la penetración (Higbie, 1935^{**})



Teoría de la penetración

$$N_{A0} = \sqrt{\frac{4D_{AB}}{\pi t_s}} (C_{A1} - C_{A2}) = k_c (C_{A1} - C_{A2})$$

Tiempo de renovación de la superficie

Fase líquida.
Solución de A
en un disolvente C
no volátil

C_{A2}

**Falla porque predice una relación con $u^{0,5}$

Fase gaseosa.
Mezcla de A y B

C_{A1}

$t_s = cte$

Distancia a la interfase

Teoría de renovación de la superficie (Danckwerts 1951)

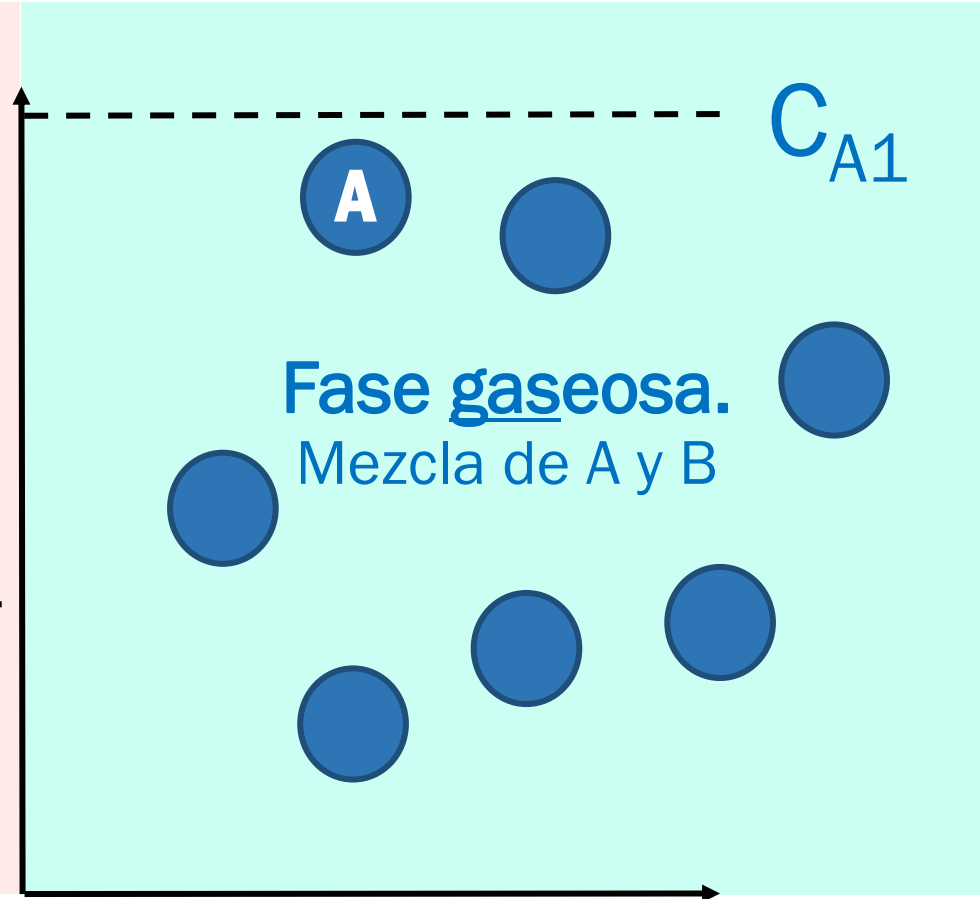
Fase líquida.

Solución de A
en un disolvente
C no volátil



Fase gaseosa.
Mezcla de A y B

C_{A1}



$$t_s =$$

A graph showing a probability distribution curve. The vertical axis is labeled E and the horizontal axis is labeled x . The curve is a bell-shaped Gaussian distribution centered at the origin.

Hay una
distribución del
Tiempo de
renovación de la
superficie

Distancia a la interfase

Teoría de renovación de la superficie

$$N_{A0} = \sqrt{D_{AB} s} (C_{A1} - C_{A2})$$
$$= k_c (C_{A1} - C_{A2})$$

Velocidad de renovación de la superficie

Fase líquida.
Solución de A
en un disolvente C
no volátil

C_{A2}

**Falla igualmente que la teoría de la penetración

Fase gaseosa.
Mezcla de A y B

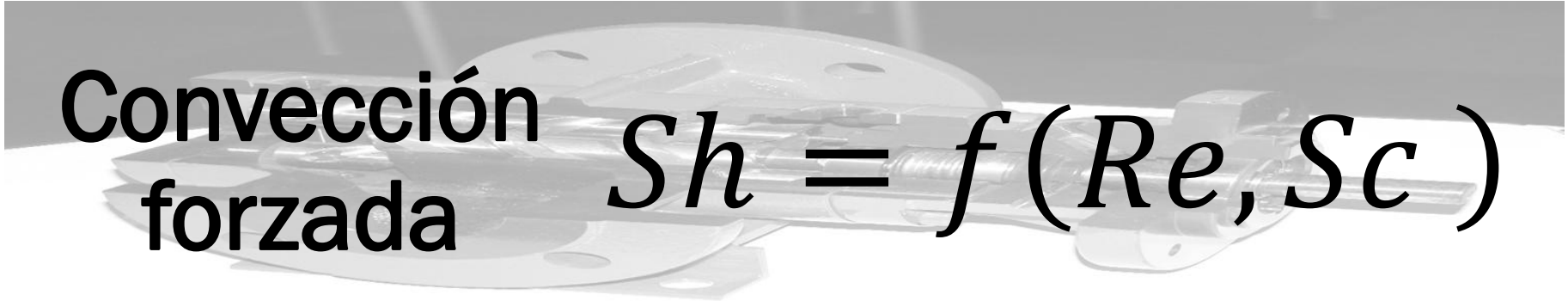
C_{A1}

Distancia a la interfase

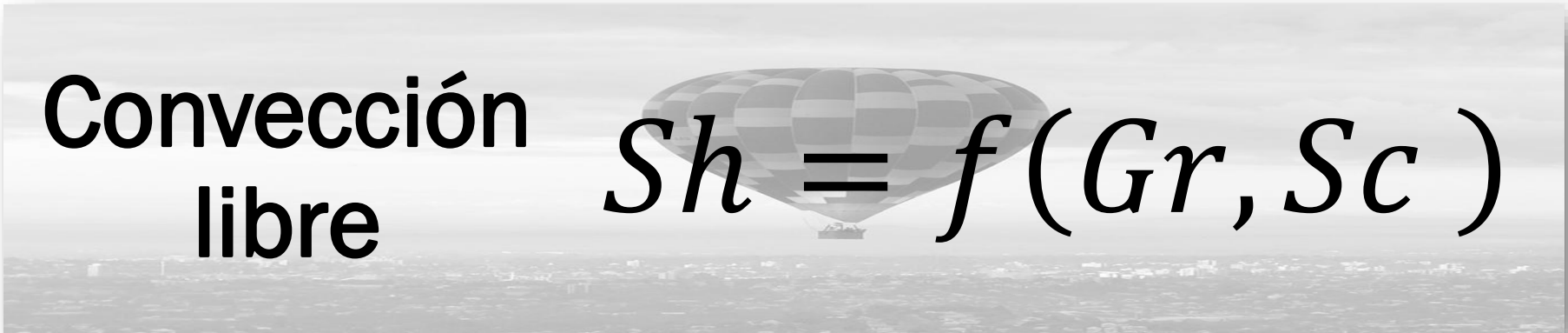
$$t_s = \text{[Gaussian curve]}$$

Correlaciones experimentales del núm. de Sherwood

Convección
forzada


$$Sh = f(Re, Sc)$$

Convección
libre


$$Sh = f(Gr, Sc)$$

Correlaciones experimentales del núm. de Sherwood

Pasos a considerar para determinar el número de Sherwood

1

Identificar la geometría y fases implicadas (fluido-fluido o sólido-fluido)

2

Selección de correlaciones para Sh



Listado de correlaciones para interfase fluido-fluido

Table 8.3-2 Selected mass transfer correlations for fluid-fluid interfaces^a

Physical situation	Basic equation ^b	Key variables	Remarks
Liquid in a packed tower	$k \left(\frac{1}{\nu g} \right)^{1/3} = 0.0051 \left(\frac{\nu^0}{a\nu} \right)^{0.67} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{0.50} (ad)^{0.4}$	a = packing area per bed volume d = nominal packing size	Probably the best available correlation for liquids; tends to give lower value than other correlations
	$\frac{kd}{D} = 25 \left(\frac{d\nu^0}{\nu} \right)^{0.45} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{0.5}$	d = nominal packing size	The classical result, widely quoted; probably less successful than above
	$\frac{k}{\nu^0} = a \left(\frac{d\nu^0}{\nu} \right)^{-0.3} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{0.5}$	d = nominal packing size	Based on older measurements of height of transfer units (HTUs); a is of order one
Gas in a packed tower	$\frac{k}{aD} = 3.6 \left(\frac{\nu^0}{a\nu} \right)^{0.70} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3} (ad)^{-2.0}$	a = packing area per bed volume d = nominal packing size	Probably the best available correlation for gases
	$\frac{kd}{D} = 1.2 (1 - \epsilon)^{0.36} \left(\frac{d\nu^0}{\nu} \right)^{0.64} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = nominal packing size ϵ = bed void fraction	Again, the most widely quoted classical result
Pure gas bubbles in a stirred tank	$\frac{kd}{D} = 0.13 \left(\frac{(P/V)d^4}{\rho\nu^3} \right)^{1/4} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = bubble diameter P/V = stirrer power per volume	Note that k does not depend on bubble size
Pure gas bubbles in an unstirred tank	$\frac{kd}{D} = 0.31 \left(\frac{d^3 g \Delta \rho / \rho}{\nu^2} \right)^{1/3} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = bubble diameter $\Delta \rho$ = density difference between bubble and surrounding fluid	Drops 0.3-cm diameter or larger
Small liquid drops rising in unstirred solution	$\frac{kd}{D} = 1.13 \left(\frac{d\nu^0}{D} \right)^{0.8}$	d = drop diameter ν^0 = drop velocity	These small drops behave like rigid spheres
Falling films	$\frac{kz}{D} = 0.69 \left(\frac{z\nu^0}{D} \right)^{0.5}$	z = position along film ν^0 = average film velocity	Frequently embroidered and embellished

Notes: ^a The symbols used include the following: D is the diffusion coefficient; g is the acceleration due to gravity; k is the local mass transfer coefficient; ν^0 is the superficial fluid velocity; and ν is the kinematic viscosity.

^b Dimensionless groups are as follows: $\frac{d\nu^0}{\nu}$ and $\nu^0/a\nu$ are Reynolds numbers; ν/D is the Schmidt number; $d^3 g (\Delta \rho / \rho) / \nu^2$ is the Grashof number, kd/D is the Sherwood number, and $k/(\nu g)^{1/3}$ is an unusual form of the Stanton number.

Listado de correlaciones para interfase fluido-fluido

Table 8.3-3 Selected mass transfer correlations for fluid-solid interfaces^a

Physical situation	Basic equation ^b	Key variables	Remarks
Membrane	$\frac{kl}{D} = 1$	l = membrane thickness	Often applied even where membrane is hypothetical
Laminar flow along flat plate ^c	$\frac{kL}{D} = 0.646 \left(\frac{Lv^0}{\nu} \right)^{1/3} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	L = plate length v^0 = bulk velocity	Solid theoretical foundation, which is unusual
Turbulent flow through horizontal slit	$\frac{kd}{D} = 0.026 \left(\frac{dv^0}{\nu} \right)^{0.8} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	v^0 = average velocity in slit $d = [2/\pi]$ (slit width)	Mass transfer here is identical with that in a pipe of equal wetted perimeter
Turbulent flow through circular pipe	$\frac{kd}{D} = 0.026 \left(\frac{dv^0}{\nu} \right)^{0.8} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	v^0 = average velocity in slit d = pipe diameter	Same as slit, because only wall regime is involved
Laminar flow through circular tube	$\frac{kd}{D} = 1.62 \left(\frac{d^2 v^0}{LD} \right)^{1/3}$	d = pipe diameter L = pipe length v^0 = average velocity in tube	Very strong theoretical and experimental basis
Flow outside and parallel to a capillary bed	$\frac{kd}{D} = 1.25 \left(\frac{d^2 v^0}{\nu l} \right)^{0.93} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = 4 cross-sectional area/(wetted perimeter) v^0 = superficial velocity	Not reliable because of channeling in bed
Flow outside and perpendicular to a capillary bed	$\frac{kd}{D} = 0.80 \left(\frac{dv^0}{\nu} \right)^{0.47} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = capillary diameter v^0 = velocity approaching bed	Reliable if capillaries evenly spaced
Forced convection around a solid sphere	$\frac{kd}{D} = 2.0 + 0.6 \left(\frac{dv^0}{\nu} \right)^{1/2} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = sphere diameter v^0 = velocity of sphere	Very difficult to reach $(kd/D) = 2$ experimentally; no sudden laminar-turbulent transition
Free convection around a solid sphere	$\frac{kd}{D} = 2.0 + 0.6 \left(\frac{d^3 \Delta \rho g}{\rho \nu^2} \right)^{1/4} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = sphere diameter g = gravitational acceleration	For a 1-cm sphere in water, free convection is important when $\Delta \rho = 10^{-9}$ g/cm ³
Packed beds	$\frac{k}{v^0} = 1.17 \left(\frac{dv^0}{\nu} \right)^{-0.42} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{2/3}$	d = particle diameter v^0 = superficial velocity	The superficial velocity is that which would exist without packing
Spinning disc	$\frac{kd}{D} = 0.62 \left(\frac{d^2 \omega}{\nu} \right)^{1/2} \left(\frac{\nu}{D} \right)^{1/3}$	d = disc diameter ω = disc rotation (radians/time)	Valid for Reynolds numbers between 100 and 20,000

Notes: ^a The symbols used include the following: D is the diffusion coefficient of the material being transferred; k is the local mass transfer coefficient; ρ is the fluid density; ν is the kinematic viscosity. Other symbols are defined for the specific situation.

^b The dimensionless groups are defined as follows: (dv^0/ν) and $(d^2\omega/\nu)$ are the Reynolds number; ν/D is the Schmidt number; $(d^3\Delta\rho g/\rho\nu^2)$ is the Grashof number, kd/D is the Sherwood number; k/v^0 is the Stanton number.

^c The mass transfer coefficient given here is the value averaged over the length L .

Tipos de empaquetados (ejemplo: lechos)

ALEATORIO



ESTRUCTURADO



Tipos de empaquetados (ejemplo: lechos)

ALEATORIO

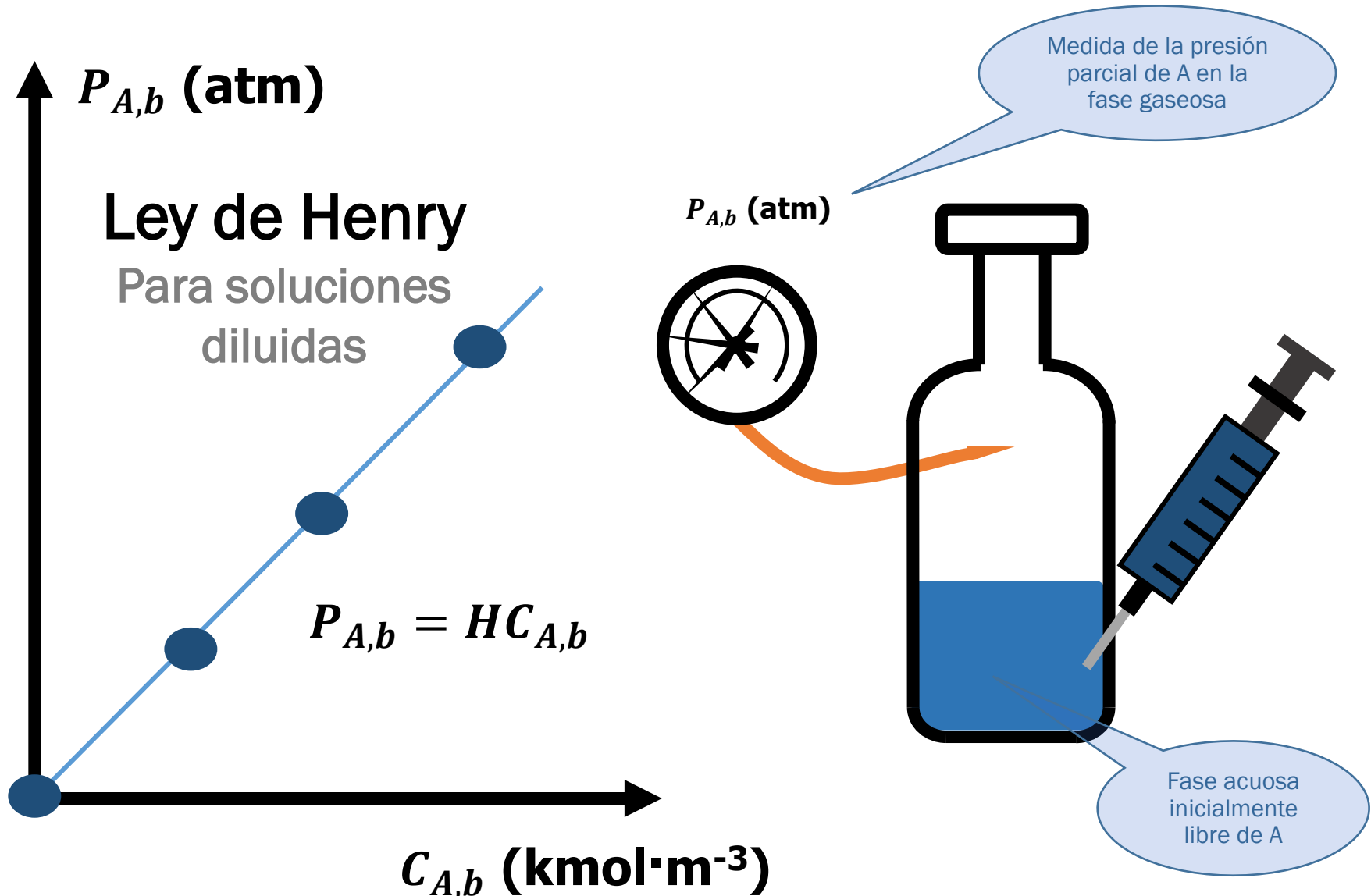


Cómo seleccionar una correlación (ejemplo: lechos)

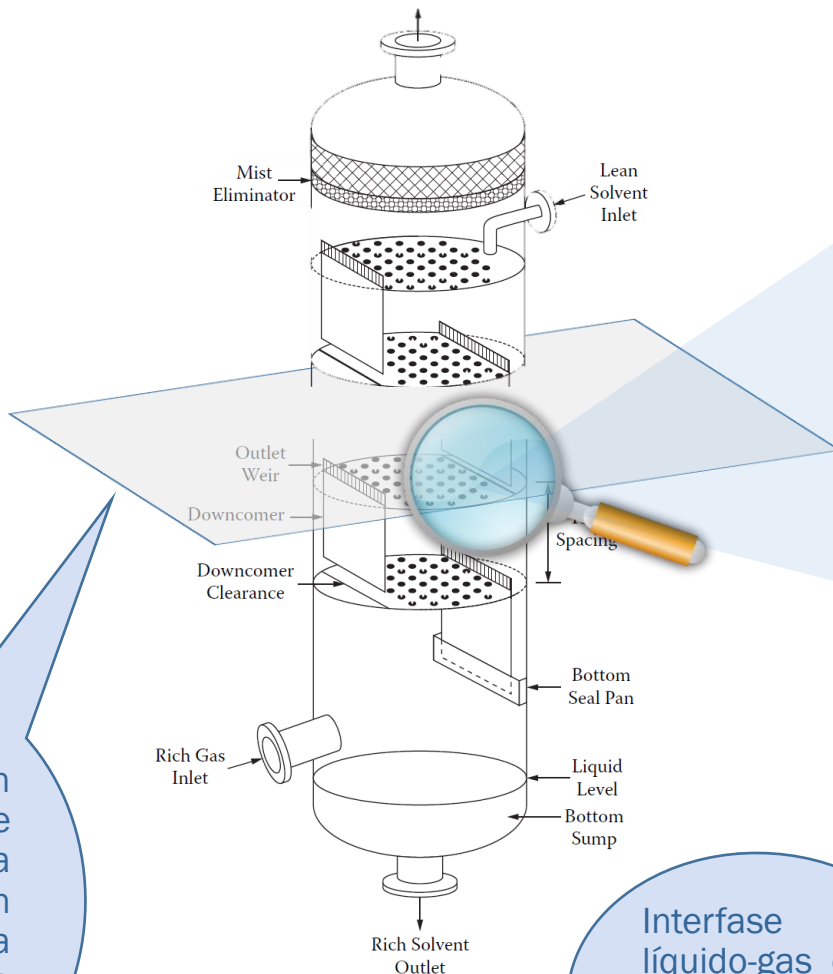
- Tipo de empaquetado del relleno del lecho (aleatorio o estructurado)
- Fase gas o fase líquida
- Correlación del área interfacial efectiva (aleatorio o estructurado)
- Error intrínseco de las correlaciones
- Disponibilidad de datos

**“the modeling is mainly based on empirical and semiempirical correlations, most of which were obtained from experimental data-fits. This lack of a scientific basis for predicting the performance of new equipment in large diameter columns slows down both the development and the acceptance of new equipment and necessitates trial-and error techniques to tune their performance.”*

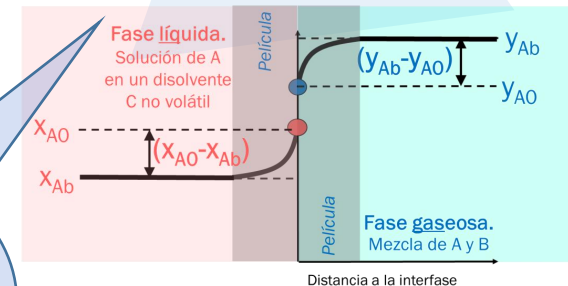
Equilibrio entre fases: ejemplo para la ley de Henry



Teoría de las dos resistencias



Zoom a una gota de líquido cualquiera que desciende en la columna



Interfase líquido-gas en la superficie de la gota de líquido

Asumir un ejemplo de una columna de absorción en un plano a una altura cualquiera

Teoría de las dos resistencias

Inicialmente conocida como teoría de las dos películas es más actual el nombre de dos resistencias*

Fase líquida.
Solución de A
en un disolvente
C no volátil

x_{A0}
 x_{Ab}
 $(x_{A0} - x_{Ab})$

Existe equilibrio
termodinámico en la
interfase

Película

Película

N_A^0 Densidad de
flujo molar de A

Fase gaseosa.
Mezcla de A y B

Distancia a la interfase

*Lyle Albright, Albright's Chemical Engineering handbook, CRC Press, 2009

Teoría de las dos resistencias

$$N_A^0 = k_{x,loc}^0 (x_{A0} - x_{Ab})$$
$$= k_{y,loc}^0 (y_{Ab} - y_{A0})$$

x indica fase líquida
e y indica fase
vapor

loc indica que se produce en
una cierta altura de la columna
de absorción

El subíndice 0 indica
composición en el
equilibrio

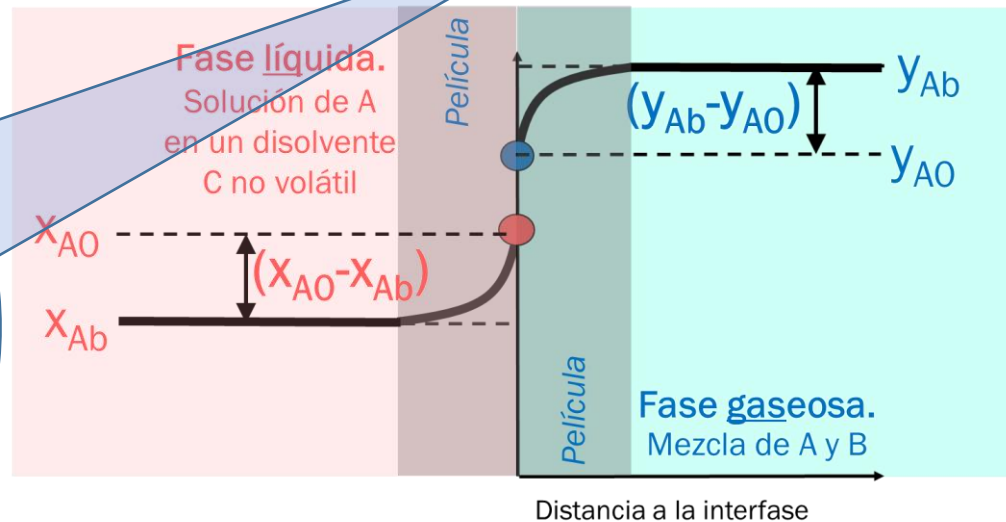
El superíndice 0
corresponde a una
formulación de bajo flujo
(transporte convectivo
despreciable). No debe
identificarse en general con
contradifusión
equimolecular

Término	Definición	Unidades
N_A^0	Densidad de flujo de materia de A	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$
x_A	Fracción molar en la fase líquida	-
y_A	Fracción molar en la fase gaseosa	-
$k_{x,loc}^0$	Coeficiente local de transferencia de materia “basado en la fase líquida”	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$
$k_{y,loc}^0$	Coeficiente local de transferencia de materia “basado en la fase gaseosa”	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$

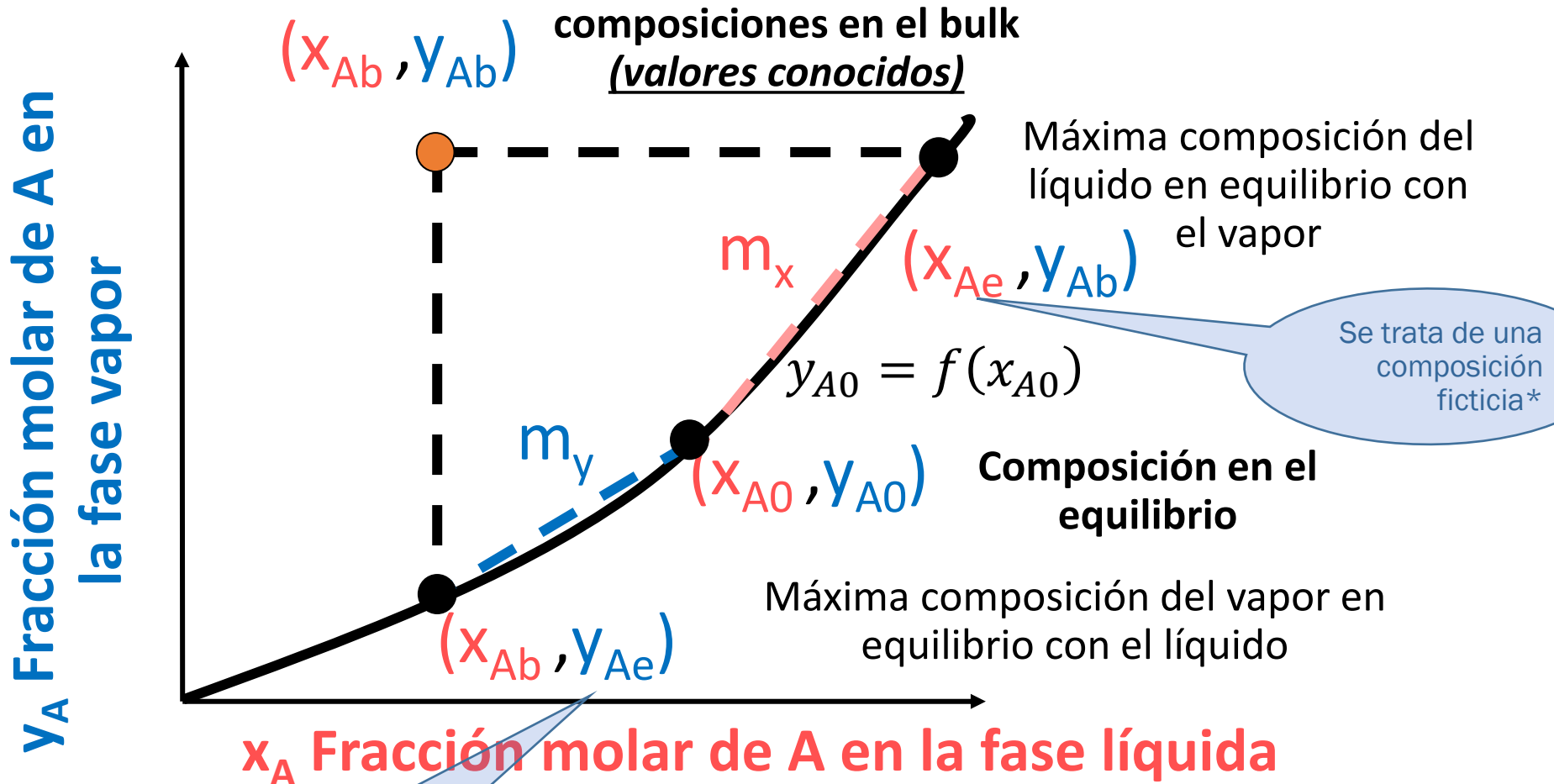
Teoría de las dos resistencias

$$N_A^0 = k_{x,loc}^0 (x_{A0} - x_{Ab}) \\ = k_{y,loc}^0 (y_{Ab} - y_{A0})$$

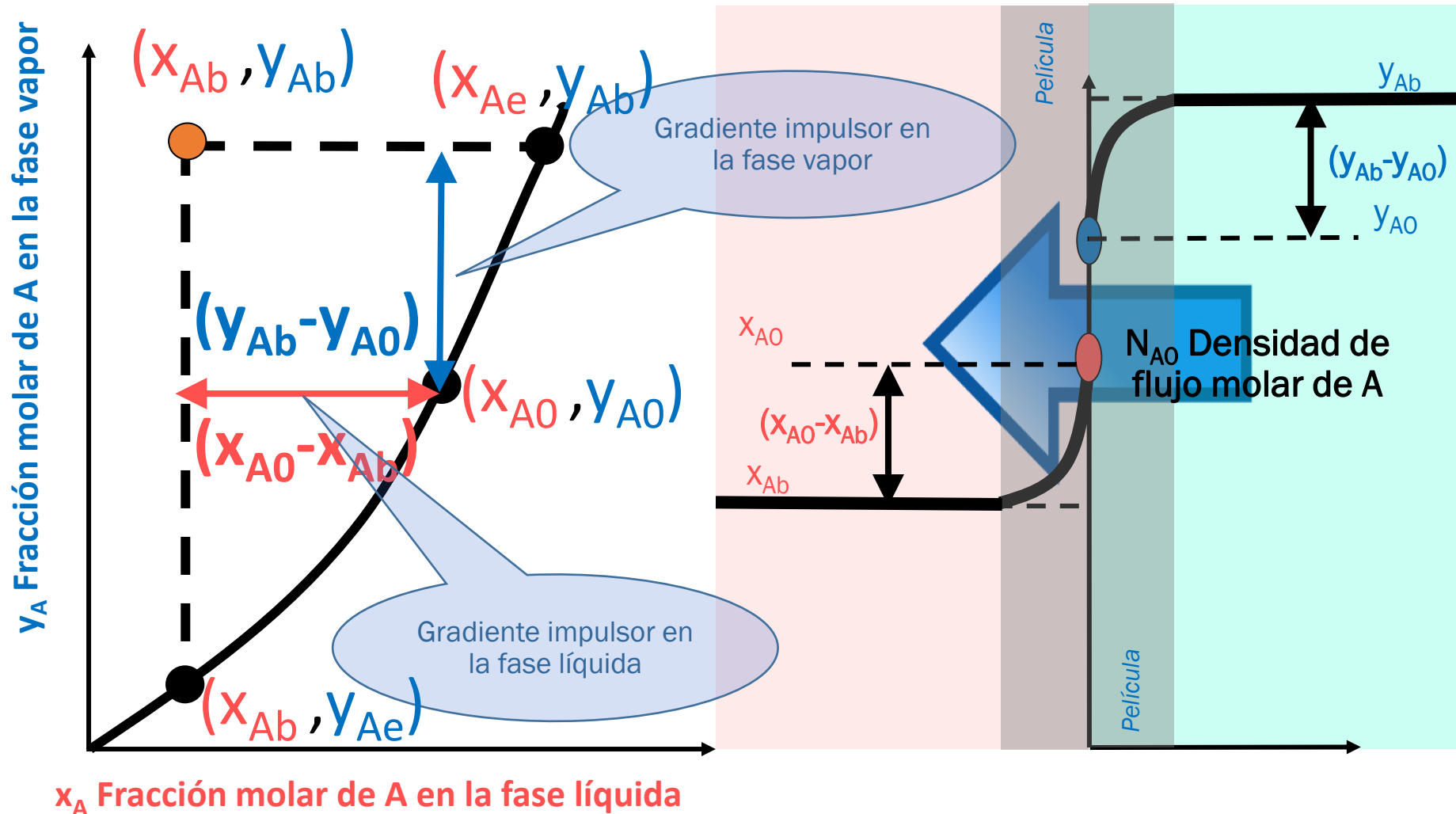
Aquí se da un problema y es que las concentraciones interfaciales (y_{A0} , x_{A0}) raramente se encuentran disponibles y son difíciles sino imposibles de medir o predecir*



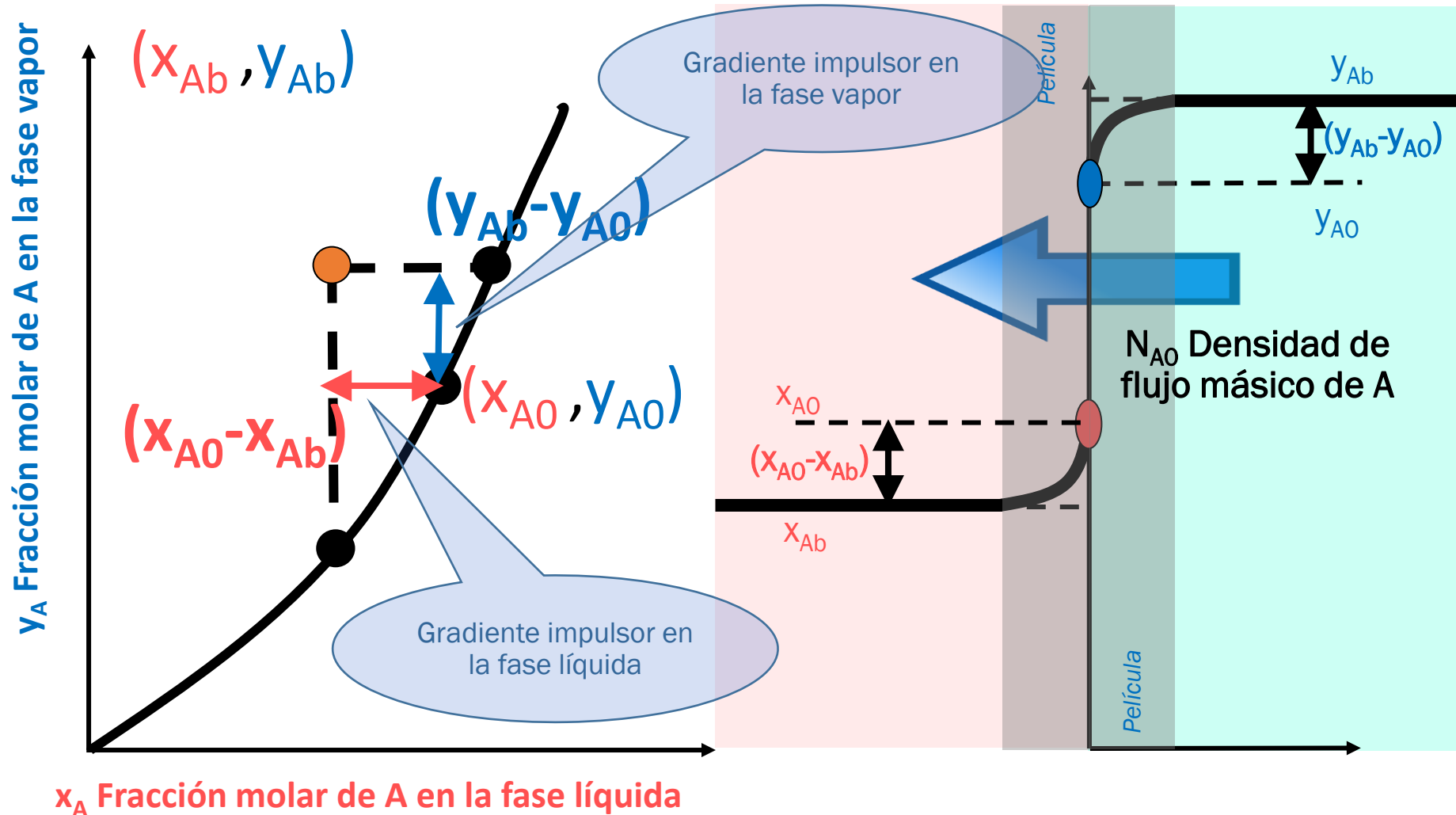
Teoría de las dos resistencias



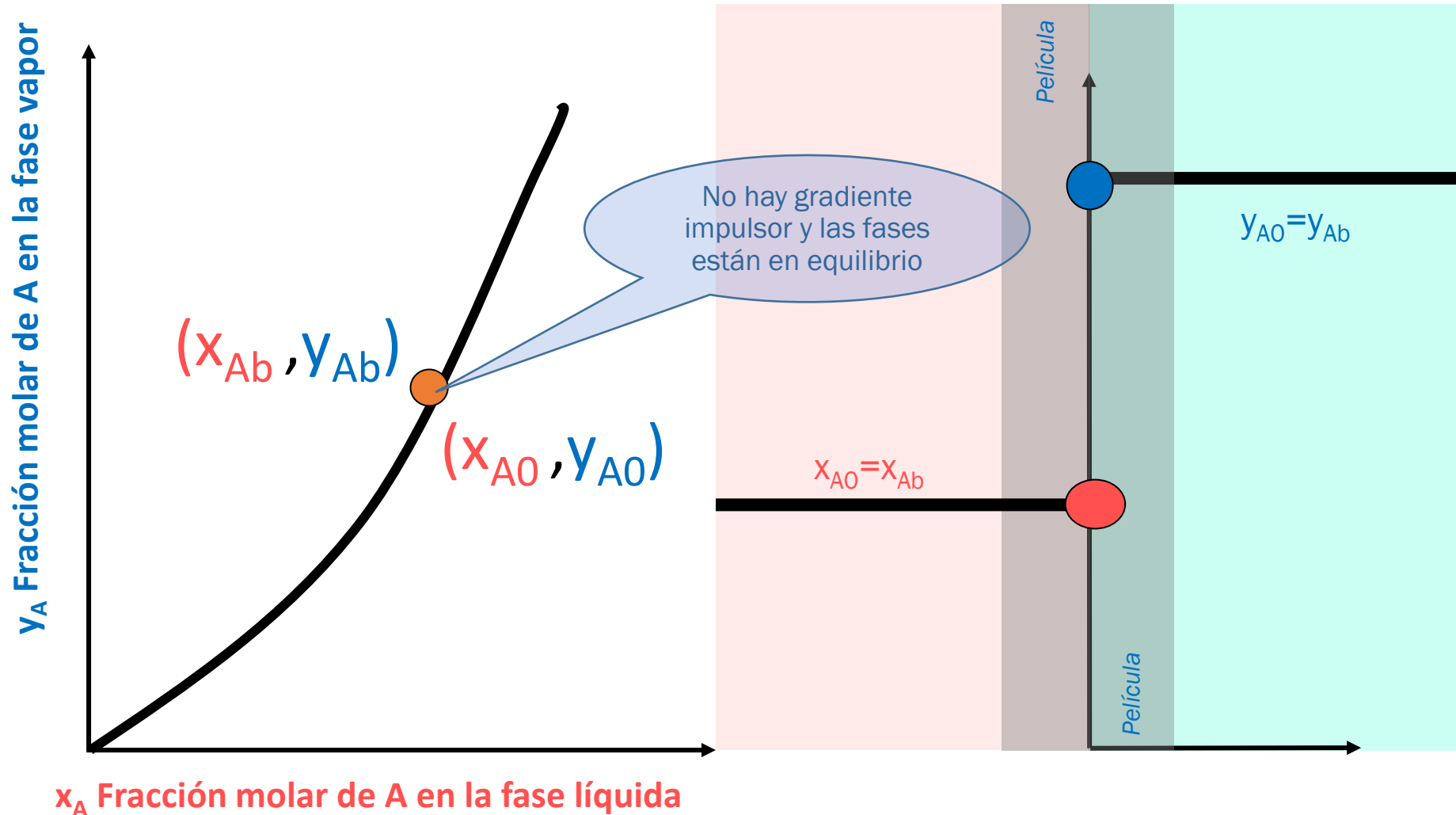
Teoría de las dos resistencias



Teoría de las dos resistencias



Teoría de las dos resistencias



Teoría de las dos resistencias

$$N_A^0 = K_{x,loc}^0 (x_{Ae} - x_{Ab})$$
$$= K_{y,loc}^0 (y_{Ab} - y_{Ae})$$

Composición ficticia
en equilibrio con y_{Ab}

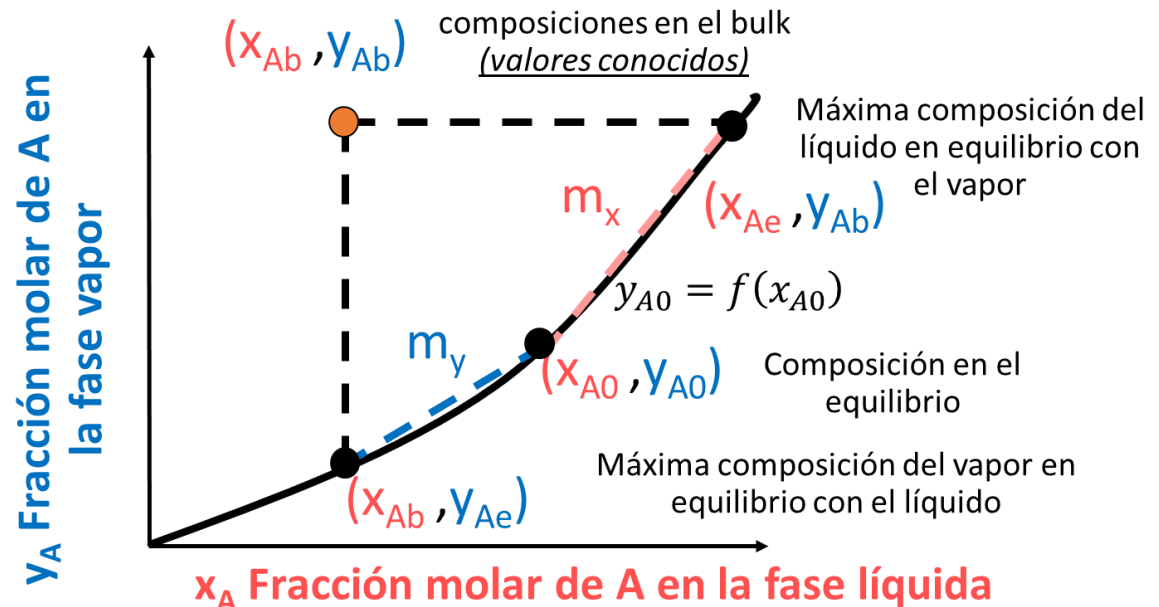
Composición ficticia
en equilibrio con x_{Ab}

Término	Definición	Unidades
N_A^0	Densidad de flujo de materia de A	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$
x_A	Fracción molar en la fase líquida	-
y_A	Fracción molar en la fase gaseosa	-
$K_{x,loc}^0$	Coeficiente global de transferencia de materia local “basado en la fase líquida”	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$
$K_{y,loc}^0$	Coeficiente global de transferencia de materia local “basado en la fase gaseosa”	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$

Teoría de las dos resistencias

$$N_A^0 = K_{x,loc}^0 (x_{Ae} - x_{Ab})$$
$$= K_{y,loc}^0 (y_{Ab} - y_{Ae})$$

Empleando estos coeficientes globales que ahora tienen un gradiente de concentraciones distintos, ya no aparecen las composiciones en la interfase (realmente las composiciones en el equilibrio)

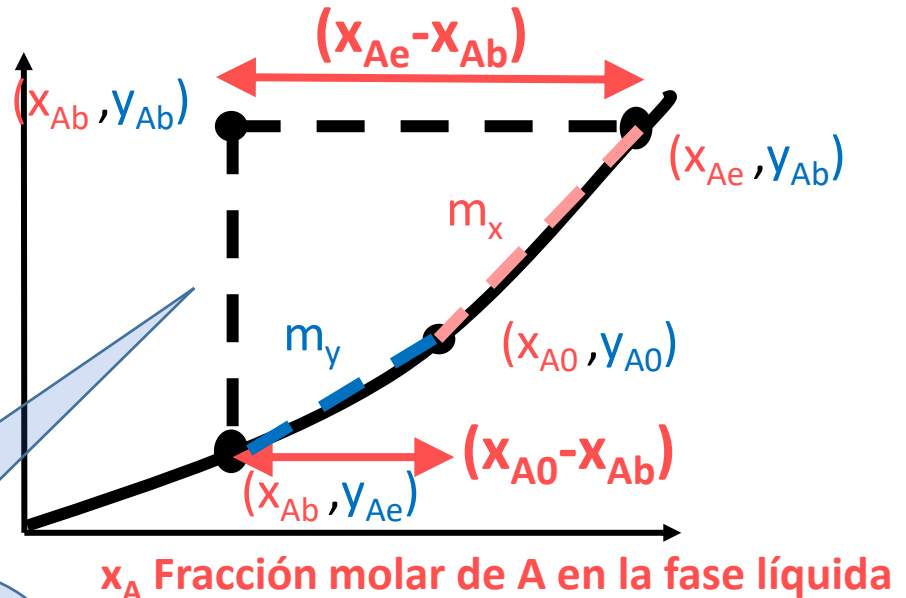


Teoría de las dos resistencias

$$K_{x,loc}^0(x_{Ae} - x_{Ab}) = k_{x,loc}^0(x_{A0} - x_{Ab})$$
$$K_{y,loc}^0(y_{Ab} - y_{Ae}) = k_{y,loc}^0(y_{Ab} - y_{A0})$$

Las densidades de flujo molar deben ser necesariamente iguales independientemente del gradiente empleado ya que estamos utilizando coeficientes de transferencia de materia

y_A Fracción molar de A en la fase vapor

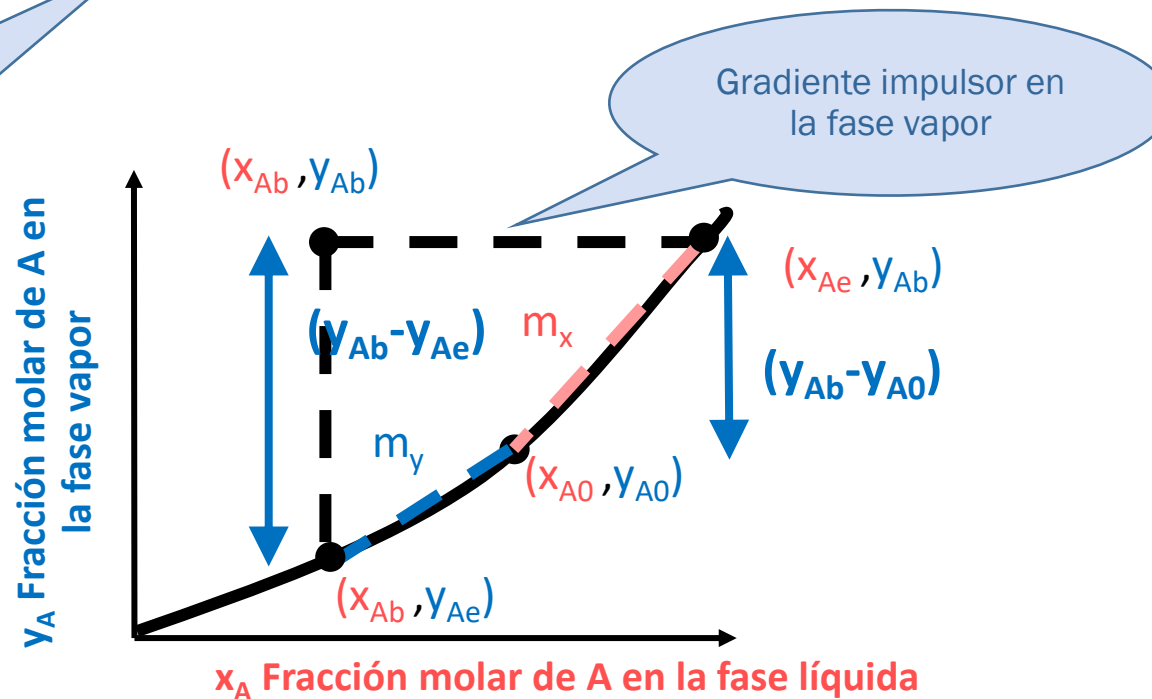


Gradientes impulsores en la fase líquida

Teoría de las dos resistencias

$$K_{x,loc}^0(x_{Ae} - x_{Ab}) = k_{x,loc}^0(x_{A0} - x_{Ab})$$
$$K_{y,loc}^0(y_{Ab} - y_{Ae}) = k_{y,loc}^0(y_{Ab} - y_{A0})$$

Las densidades de flujo molar deben ser necesariamente iguales independientemente del gradiente empleado ya que estamos utilizando coeficientes de transferencia de materia



Teoría de las dos resistencias

1

m_i es la pendiente de equilibrio en la región i

$$m_x = \frac{y_{Ab} - y_{A0}}{x_{Ae} - x_{A0}} \quad m_y = \frac{y_{A0} - y_{Ae}}{x_{A0} - x_{Ab}}$$

2

Al sustituir es posible despejar

$$\frac{1}{K_{x,loc}^0} = \frac{1}{k_{x,loc}^0} + \frac{1}{m_x k_{y,loc}^0}$$

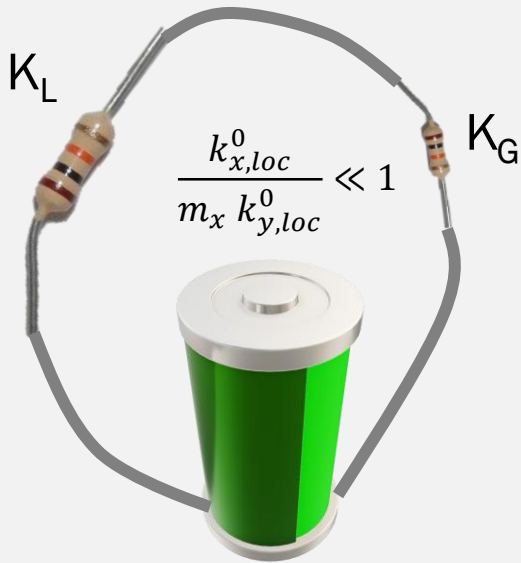
$$\frac{1}{K_{y,loc}^0} = \frac{1}{k_{y,loc}^0} + \frac{m_y}{k_{x,loc}^0}$$

Se asume que pueden tener valores diferentes ya que el valor del equilibrio es una función de la composición no necesariamente lineal

Teoría de las dos resistencias

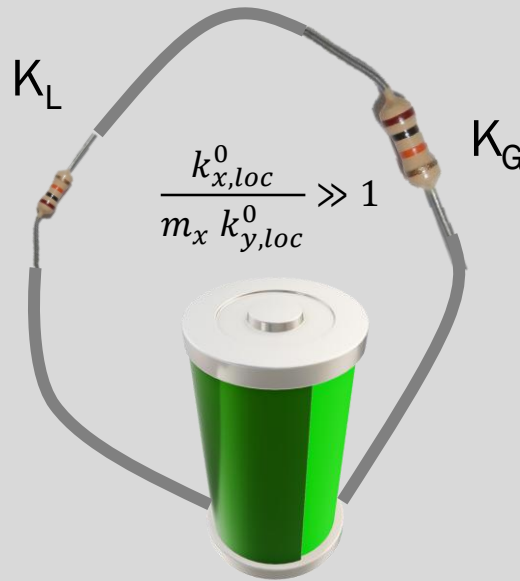
Control por la resistencia de la fase líquida

La fase gaseosa tiene poca influencia



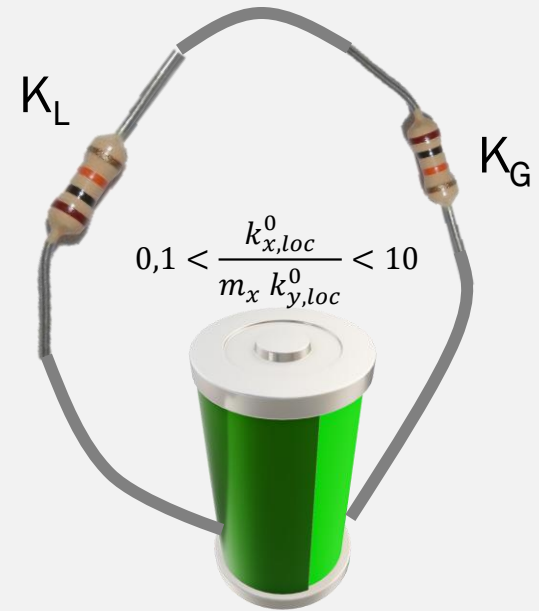
Control por la resistencia de la fase gaseosa

La fase líquida tiene poca influencia



Control mixto

Ambas fases poseen una contribución relevante



Teoría de las dos resistencias



Expresión de flujo en función de las concentraciones en el bulk

$$\begin{aligned} N_A^0 &= K_{y,loc}^0 (y_{Ab} - y_{Ae}) \\ &= K_{y,loc}^0 (y_{Ab} - f(x_{Ab})) \\ &= K_{y,loc}^0 \left(y_{Ab} - \frac{H}{P} x_{Ab} \right) \end{aligned}$$

Si aplicamos la ley de Henry para soluciones diluidas tenemos H como la constante de Henry y P como la presión total

Cómo calcular el coef. global de transf. de materia

1

Identificar la geometría y fases implicadas

2

Selección de correlaciones para Sh o k

3

Cálculo de los k locales de cada fase fluida

4

Cálculo del K global, en función del gradiente impulsor