

PROBLEMAS TEMA 6: BALANCES MICROSCÓPICOS

CANTIDAD DE MOVIMIENTO

1. Fluido newtoniano (I)

Un fluido newtoniano, de densidad constante ρ , y viscosidad cinemática μ circula en estado estacionario por una conducción cilíndrica vertical de radio R . Si $\frac{\Delta P}{L}$ representa la caída de presión modificada, se pide:

- Obtener la expresión de la velocidad media $\overline{u_z}$
- Obtener la expresión del caudal volumétrico Q .

Solución: $\overline{u_z} = \frac{\Delta P}{L} \frac{R^2}{8\mu}$, $Q = \frac{\Delta P}{L} \frac{\pi R^4}{8\mu}$

2. Fluido newtoniano (II)

Un fluido newtoniano, de densidad constante ρ , y viscosidad cinemática μ , circula en estado estacionario por el interior del ánulo creado por dos conducciones cilíndricas verticales, cuyos radios son R_1 (radio externo) y R_2 (radio interno). Se pide obtener la expresión que relaciona la velocidad en la dirección z (longitud de las conducciones cilíndricas) con el radio $u_z(r)$, utilizando r_m en función de R_1 y R_2 , donde r_m es el valor del radio $r = r_m$ en el que $\frac{\partial u_z(r)}{\partial r} = 0$.

Solución: $u_z(r) = \frac{\Delta P}{L} \frac{R_1^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{R_1} \right)^2 + \frac{1 - \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2}{\ln \left(\frac{R_1}{R_2} \right)} \ln \left(\frac{r}{R_1} \right) \right]$

3. Fluido newtoniano (III)

Un fluido newtoniano se encuentra en estado estacionario entre dos cilindros concéntricos giratorios. El cilindro interior tiene un radio R_1 (1 cm) y una velocidad angular Ω_1 (1 rad/s). El cilindro exterior tiene un radio R_2 (5 cm) y una velocidad angular Ω_2 (5 rad/s). Se pide:

- Obtener la expresión de la velocidad u_θ en función del radio r

Solución: $u_\theta = \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2} \left[\left[\Omega_2 - \Omega_1 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right] r + \frac{1}{r} \left[R_1^2 (\Omega_1 - \Omega_2) \right] \right]$

- Representar el perfil de la velocidad u_θ en función del radio r en los siguientes 4 casos, usando los valores enunciados cuando sea posible:
 - $\Omega_2, \Omega_1 > 1$ que es el caso general
 - $\Omega_2 = 0, R_2 = \infty$ que es el caso de un cilindro rotando en un fluido infinito
 - $\Omega_1 = 0, R_1 = 0$ que es el caso de flujo en el interior de un cilindro rotatorio
 - $\Omega_1 < 0, \Omega_2 > 0, R_2, R_1 > 0$ que es el caso de flujo en el interior de un cilindro rotatorio

4. Fluido no newtoniano (I)

Cuando circula un fluido no newtoniano en régimen estacionario, tipo plástico de Bingham, en una dimensión z , por un tubo cilíndrico, se observa experimentalmente que la velocidad u_z sólo cambia con el radio desde $r = R$ a $r = r_0$, siendo $u_z = u_0$ desde $r = r_0$ a $r = 0$. Se pide:

- Obtener la ecuación de continuidad al sistema.
- Obtener la expresión no integrada resultante del balance microscópico de cantidad de movimiento, de tal forma que se tenga la ecuación diferencial de distribución de densidad de flujo de cantidad de movimiento del sistema.
- Obtener la expresión de la velocidad en función del radio del tubo para régimen laminar $u_z(r)$, suponiendo que el esfuerzo cortante τ_{rz} viene dado por:

$$\tau_{rz} = \tau_0 - \mu \frac{du_z}{dr}$$

Donde τ_0 es la tensión de fluencia y μ es la viscosidad dinámica.

- Deducir en qué situación no se mueve el fluido tipo plástico de Bingham.
- Obtener el valor de $u_z = u_0$ que se mantiene constante desde $r = r_0$ a $r = 0$.

Solución: $u_z(r_0 \leq r \leq R) = \frac{\Delta P}{L} \frac{R^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] - \frac{\tau_0 R}{\mu} \left(1 - \frac{r}{R} \right)$

$$u_0(0 \leq r \leq r_0) = \frac{\Delta P}{L} \frac{R^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{2\tau_0}{\frac{\Delta P}{L} R} \right)^2 \right]$$