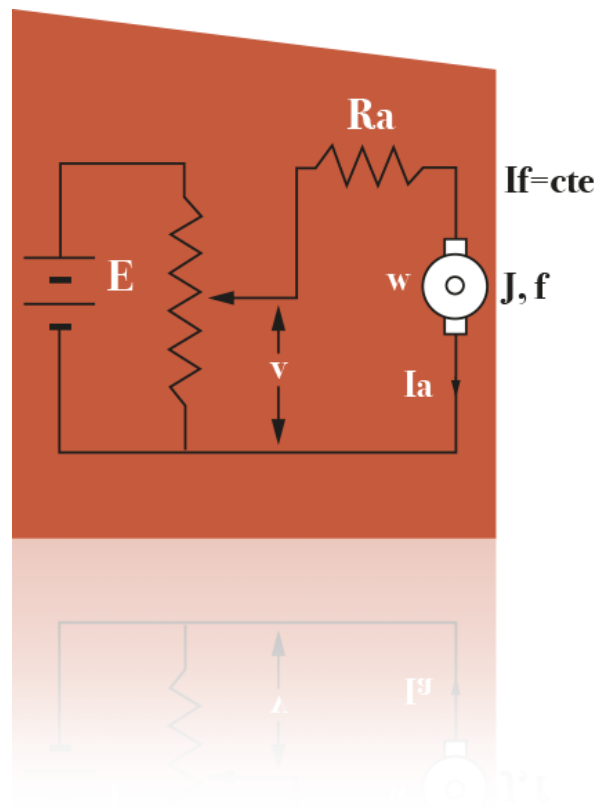


2. Diseño de reguladores por el lugar de las raíces



Elías Revestido Herrero

© Los autores. Este curso se ofrece bajo licencia Creative Commons BY-NC-SA. 4.0 Internacional 

2

Diseño de Reguladores por el Lugar de las Raíces

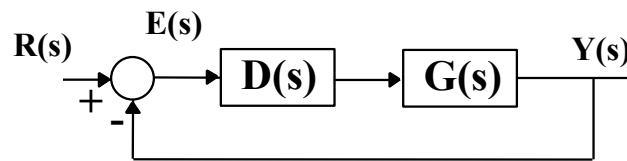
2.1. INTRODUCCIÓN

Como existe una relación directa entre las características temporales de un sistema y la posición de sus polos dominantes, un método común de diseño de reguladores se basa en el lugar de las raíces del sistema.

Mediante el lugar de las raíces puede conocerse cómo varía la posición de los polos de lazo cerrado y por tanto la respuesta temporal de un sistema para diferentes valores de un regulador proporcional situado en cascada. Si mediante el ajuste de este regulador proporcional no se pueden obtener las especificaciones deseadas será necesario introducir nuevos polos y ceros, que formarán el nuevo regulador, tal que modifiquen la forma del lugar de las raíces para situar los polos de lazo cerrado en el lugar deseado para cumplir las especificaciones.

En este tema se analizan los posibles reguladores a diseñar por medio del lugar de las raíces así como los pasos empleados para su diseño.

2.2. MEDIANTE REGULADOR PD O RED DE ADELANTO DE FASE



Consiste en introducir un elemento que permita obtener la función de transferencia de lazo cerrado deseada. Normalmente formada por un par de polos complejos conjugados con un δ y una ω_n definidos por las condiciones impuestas a la respuesta.

Con este tipo de reguladores se modifica la forma del lugar de las raíces para que pase por donde se desea.

Permite mejorar la respuesta transitoria: La parte proporcional da rapidez a la respuesta y la parte derivativa proporciona estabilidad.

Se suele utilizar para obtener la respuesta transitoria deseada. Se trata de modificar la forma del lugar de las raíces para que pase por el punto deseado. El método que se utilizará no permite controlar de forma exacta el error en régimen permanente. Para ello sería necesario introducir un controlador PI (proporcional-integral).

Regulador PD:

$$D(s) = K_p(1 + T_d s)$$

Red de Avance ($\alpha < 1$):

$$D(s) = \alpha \frac{1 + T \cdot s}{1 + \alpha T \cdot s} = \frac{1/T + s}{1/\alpha T + s}$$

Si $\alpha \ll 1$ Regulador PD=Red de Adelanto.

2.2.1. Pasos de diseño

- 1- Determinar las posiciones deseadas de los polos dominantes de lazo cerrado.
- 2- Trazar lugar del sistema no compensado.
- 3- Comprobar si es posible compensar sólo con ajuste de ganancia.
- 4- Determinar posición del cero (para PD) o del cero y del polo (para RED) mediante criterios y condición del argumento.
- 5- Calcular valor de ganancia del compensador para que el sistema en lazo cerrado tenga los polos deseados.
- 6- Comprobar que la cte. de error es adecuada, si no volver a 4 cambiando posiciones.

2.2.2. Criterios de selección de la posición del par polo-cero en redes de adelanto de fase:

Una vez obtenido por el criterio del argumento el ángulo que debe aportar el regulador para que el lugar de las raíces pase por el punto deseado, se ha de definir la posición del polo y el cero de dicho regulador.

Si se trata de un regulador PD ideal la posición del cero se obtendrá directamente aplicando el criterio del argumento para que el sistema con regulador pase por el punto deseado.

Si se trata de una red de adelanto de fase habrá que situar un par polo-cero. A continuación se describen una serie de criterios para la selección de su posición.

1) Situar el cero cancelando algún polo real:

Un criterio para simplificar el lugar de las raíces resultante puede ser para sistemas tipo 1 cancelar el polo más significativo exceptuando el del origen. Y para sistemas tipo 0 cancelar el segundo polo más significativo.

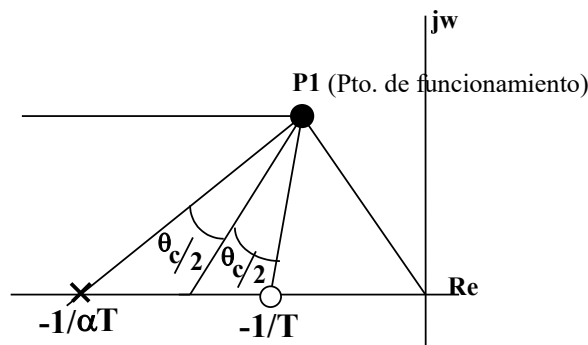
Una vez definida la posición del cero, el polo se calcula aplicando el criterio del argumento.

2) Situar el cero en la intersección del eje real con la vertical desde los polos complejos deseados.

Una vez definida la posición del cero, el polo se calcula aplicando el criterio del argumento.

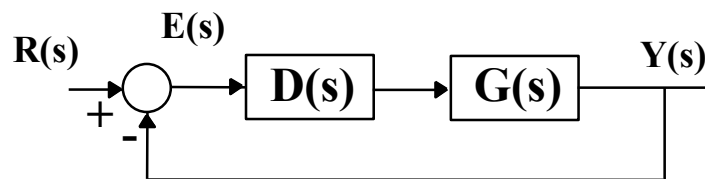
3) Método general:

Trazar por el punto de funcionamiento una línea que lo una con el origen y otra paralela al eje real. La bisectriz del ángulo formado por estas dos rectas será el ángulo central a partir del cual se situará el par polo cero. Si el ángulo a aportar por la red es θ_c , se situará el cero en el punto de corte con el eje real de una recta trazada desde el punto de funcionamiento con un ángulo $\theta_c/2$ a partir de la bisectriz y el polo de la misma forma pero con un ángulo $-\theta_c/2$.



θ_c = Ángulo a aportar por el compensador.

2.3. MEDIANTE REGULADOR PI O RED DE RETARDO DE FASE



Control integral:

$$D(s) = \frac{k}{s}$$

- Reduce el error en estado estacionario: aumenta el tipo del sistema.
- Reduce la estabilidad del sistema: desplaza el lugar de las raíces hacia la derecha

Control PI:

$$D(s) = \frac{k(s + a)}{s}$$

Donde a es un valor muy pequeño. La distancia del cero del regulador al eje imaginario debe ser al menos la sexta parte de la distancia al eje imaginario del punto de funcionamiento.

- Reduce el error en estado estacionario: aumenta el tipo del sistema.
- Atenúa el efecto desestabilizador del control integral.
- Apenas modifica la forma del lugar de las raíces
- Apenas modifica la respuesta transitoria del sistema.

Red de Retardo ($\beta > 1$):

$$D(s) = \frac{1}{\beta} \frac{\frac{1}{T} + s}{\frac{1}{\beta T} + s} = \frac{1 + T \cdot s}{1 + \beta T \cdot s}$$

Si $\beta \gg 1$ Regulador PI=Red de Retardo.

Se sitúan el polo y el cero del regulador muy próximos entre sí y tal que el cociente entre la posición del cero y el polo (β) sea el aumento de ganancia que se desea para la constante de error. Esto se consigue situando el par polo-cero muy próximo al origen.



- Aumenta la constante del error correspondiente (K_p , K_v o K_a).
- No modifica apreciablemente la respuesta transitoria.

2.3.1. Pasos de diseño

- 1- Trazar lugar del sistema no compensado.
- 2- Situar las posiciones deseadas de los polos dominantes de lazo cerrado y determinar la ganancia K y con ella la constante de error y el error inicial que presenta.
- 3- Comparar dicho error con el deseado y determinar el incremento en la constante de error que ha de aportar el regulador.
- 4- Con este valor situar el par polo-cero procurando no modificar la forma del lugar de las raíces.

2.3.2. Criterio de selección de la posición del par polo-cero en redes de retardo de fase:

Colocar el par polo-cero muy próximo al origen en comparación con los polos y ceros de lazo abierto del sistema:

- Se puede situar el cero a una distancia del origen que sea sobre 10 veces menor que la distancia del origen al primer polo o cero de bucle abierto del sistema (sin considerar los del origen).
- Una vez situado el cero, se calcula el valor de β para que la constante de error del sistema tenga el valor deseado y con este valor se sitúa la posición del polo.
- Ajustar el valor de la ganancia para el punto de funcionamiento deseado.

2.4. CONTROLADORES MAS UTILIZADOS

Controlador	Función de Transferencia	Error Estacionario	Estabilidad Relativa
Cascada Integral	$\frac{k}{s}$	Muy Reducido	Muy Reducida
Cascada Integral y Proporcional	$\frac{k(s+a)}{s}$	Muy Reducido	Reducida
Cascada Retardo	$\frac{k(s+a)}{(s+b)} \quad b < a$	Reducido	Reducida
Cascada Adelanto	$\frac{k(s+a)}{(s+b)} \quad b > a$	Poca Variación	Aumentada
Cascada Adelanto-Retardo	$k \left(\frac{s+a}{s+b} \right) \left(\frac{s+a}{s+b} \right) \quad b < a \quad b > a$	Reducido	Aumentada
Cascada PID	$\frac{k(s^2 + as + b)}{s}$	Muy Reducido	Aumentada
Realimentado	$1 + As$	Depende	Aumentada