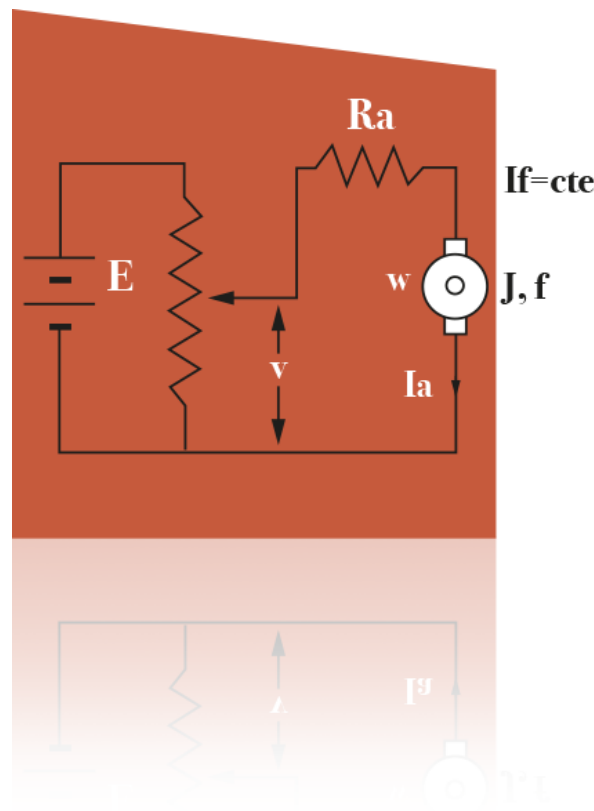


Automática II

4. Diseño de reguladores por asignación de polos



Profesores

José Ramón Llata

Esther González Sarabia

José Joaquín Sainz Gutiérrez

Carlos Torre Ferrero

Elías Revestido Herrero

Departamento de Tecnología Electrónica e Ing. Sistemas y Automática (TEISA)

4

Diseño de Reguladores por Asignación de Polos

4.1. INTRODUCCIÓN

El método de diseño de reguladores por asignación de polos (también llamado Pole Placement) consiste en la obtención de reguladores de forma algebraica. Es decir, en este método se calcula matemáticamente la función de transferencia del regulador para cumplir las especificaciones de lazo cerrado deseadas.

La diferencia fundamental con los métodos empleados en los temas anteriores radica en la complejidad del regulador obtenido. Mientras que con los métodos anteriores se parte inicialmente de un tipo de regulador conocido, donde el número de polos y ceros vienen impuestos por el tipo de regulador empleado, en este caso se parte de un modelo concreto del sistema de lazo cerrado deseado, con lo que la forma del regulador variará, según sea la complejidad del sistema a controlar y las especificaciones solicitadas, para adaptarse a la función de lazo cerrado buscada.

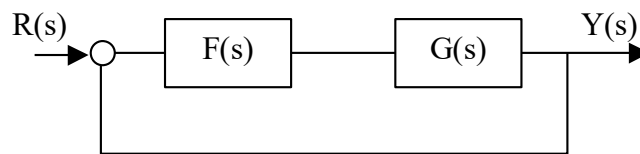
Existen dos tipos básicos:

- La compensación algebraica: este tipo consiste en despejar el regulador que hace cumplir al sistema de lazo cerrado las especificaciones solicitadas. La estructura del regulador, es decir, el número de polos y ceros del regulador a obtener, no se fija de antemano, sino que será el necesario para el sistema cumpla las especificaciones, por tanto va a depender del orden del sistema inicial. Este método puede llevar a la obtención de reguladores demasiado complejos y de difícil implementación.
- La compensación de estructura fija: con este tipo se pretende obtener reguladores de forma algebraica pero limitando la complejidad final del mismo. Consiste en encontrar un regulador con una estructura fijada de antemano, es decir, el número de polos y ceros que debe tener el regulador es independiente del orden del sistema que se desea compensar.

4.2. COMPENSACIÓN ALGEBRAICA

Este tipo de reguladores permite situar la posición de los polos y de los ceros de la función de transferencia de lazo cerrado en el lugar que se desee para cumplir unas determinadas especificaciones.

Sea el sistema de control realimentado que se muestra en la figura:



$$M(s) = \frac{F(s) \cdot G(s)}{1 + F(s) \cdot G(s)}$$

Si se despeja algebraicamente el regulador queda:

$$M(s)(1 + F(s) \cdot G(s)) = F(s) \cdot G(s)$$

$$M(s) + M(s) \cdot F(s) \cdot G(s) = F(s) \cdot G(s)$$

$$M(s) = F(s) \cdot G(s) - M(s) \cdot F(s) \cdot G(s)$$

$$M(s) = F(s) \cdot (G(s) - M(s) \cdot G(s))$$

$$F(s) = \frac{M(s)}{G(s) - M(s) \cdot G(s)}$$

$$F(s) = \frac{M(s)}{G(s)[1 - M(s)]}$$

Si se descompone cada una de las funciones de transferencia en su correspondiente numerador y denominador:

$$F(s) = \frac{\frac{N_M}{D_M}}{\frac{N_G}{D_G} \left[1 - \frac{N_M}{D_M} \right]}$$

$$F(s) = \frac{N_M D_G}{N_G (D_M - N_M)}$$

Para la obtención del regulador se parte del modelo de funcionamiento que se desea para el lazo cerrado.

El denominador de dicho modelo representará la dinámica de dicho sistema:

- Si se desea un comportamiento de primer orden, se formará el polinomio de primer orden del denominador de dicho modelo empleando la constante de tiempo deseada.
- Si se desea el comportamiento de un sistema de segundo orden, empleando la información correspondiente al máximo sobreimpulso deseado, al tiempo de subida, de pico o de establecimiento, se obtiene el valor del amortiguamiento y la frecuencia natural, con estos valores se obtiene la posición de los polos de lazo cerrado deseados y a partir de ellos la forma del polinomio de segundo grado que representará en este caso el denominador de la función de lazo cerrado.

El numerador se fijará después para cumplir las condiciones de régimen permanente deseadas.

4.3. COMPENSACIÓN ALGEBRAICA ROBUSTA

Para emplear el tipo de reguladores algebraicos anteriormente definidos es necesario que el modelo de la planta empleado sea correcto. Pero en cambio, ocurre en muchos casos que dicho modelo suele ser una simplificación del modelo real, al ser este demasiado complejo, o que directamente se ha obtenido un modelo aproximado. En estos casos el regulador obtenido para el modelo empleado puede no funcionar correctamente cuando se aplica al sistema real. En este caso es interesante diseñar un regulador robusto que permita cumplir las especificaciones aún cuando no se sabe la posición exacta de alguno de sus polos.

Suponiendo que la función de transferencia de la planta es $G(s)$, entonces el lazo cerrado del sistema con el regulador será:

$$M(s) = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)}$$

y el regulador algebraico obtenido será:

$$F(s) = \frac{M(s)}{G(s)[1 - M(s)]}$$

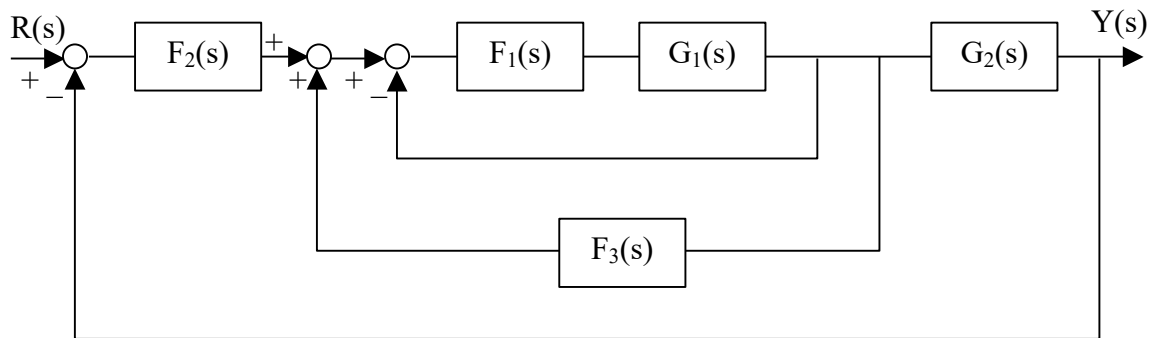
Pero si resulta que la función de transferencia empleada para la planta no es la correcta sino que es $G'(s)$, entonces la función de transferencia de lazo cerrado será:

$$M'(s) = \frac{F(s)G'(s)}{1 + F(s)G'(s)}$$

y entonces el regulador algebraico que se debería de emplear sería:

$$F(s) = \frac{M'(s)}{G'(s)[1 - M'(s)]}$$

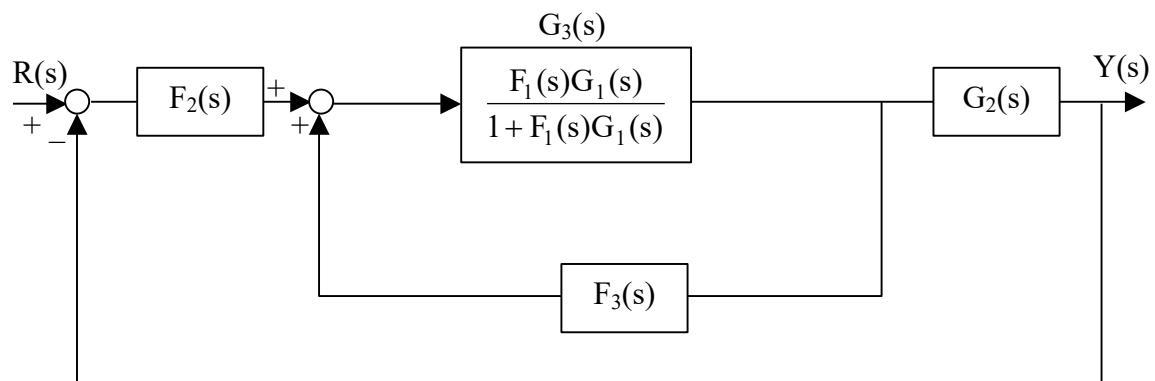
Para obtener un regulador mediante el método de asignación de polos robusto se emplea una configuración que permita hacer al sistema menos sensible a errores en el modelo de planta seleccionado. El siguiente diagrama de bloques muestra una posible configuración para el sistema completo compensado. La función $G_1(s)$ contiene la parte poco conocida de la planta y $G_2(s)$ la parte bien conocida.



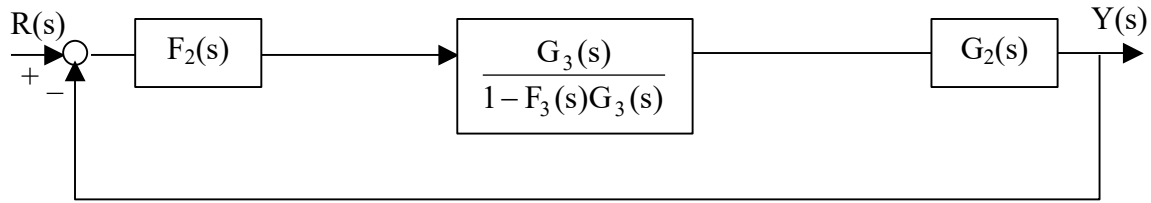
El regulador $F_1(s)$ se emplea en un lazo interno para controlar el funcionamiento de la parte de la planta que puede variar.

Por medio de esta estructura se llega a una función de transferencia de lazo cerrado separable en dos funciones en serie totalmente independientes donde una de ellas, basada en la parte de la planta bien conocida, mantiene las especificaciones de lazo cerrado deseadas y la otra contiene a la parte de la planta que puede variar.

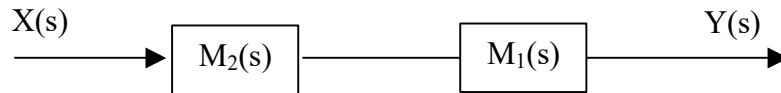
Si en el diagrama de bloques anterior, se van agrupando los lazos internos se tiene:



El regulador $F_1(s)$ se calcula para que la función $G_3(s)$ tenga la forma deseada.



Se desea obtener la función de transferencia de lazo cerrado $M(s)$ formada por dos funciones de transferencia en serie $M_1(s)$ y $M_2(s)$:



donde:

- $M_1(s)$ contiene la parte de la función de transferencia de lazo cerrado que no importa que varíe en cierto grado, es decir, las variaciones de $M_1(s)$ serán debidas a las variaciones en las funciones de la planta de lazo abierto, que se habían reunido en la función $G_1(s)$.
- $M_2(s)$ contiene la parte de la función de transferencia de lazo cerrado que se desea que se mantenga invariable bajo cualquier circunstancia.

La forma de los reguladores para cumplir estas condiciones puede ser la siguiente:

El regulador $F_1(s)$ se ajusta para que el lazo más interno corresponda con la función de transferencia $M_1(s)$:

$$M_1(s) = \frac{F_1(s)G_1(s)}{1 + F_1(s)G_1(s)}$$

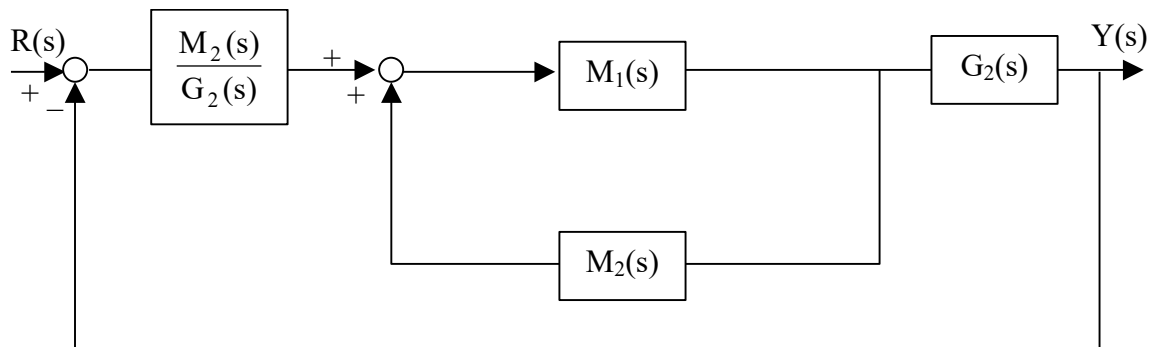
$$F_1(s) = \frac{M_1(s)}{G_1(s)[1 - M_1(s)]}$$

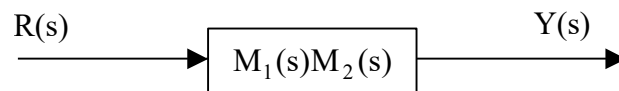
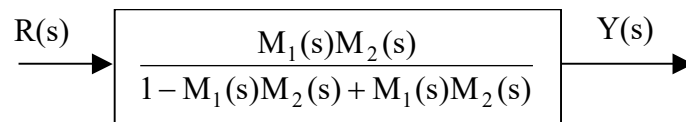
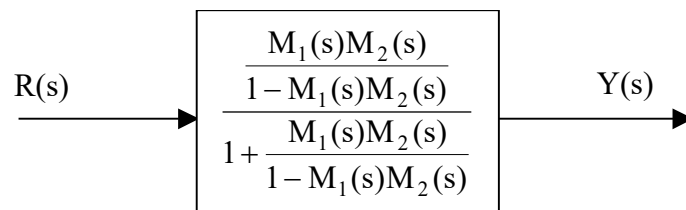
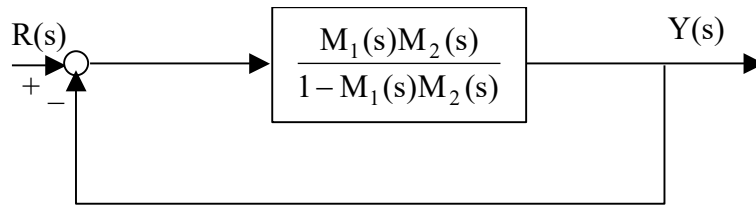
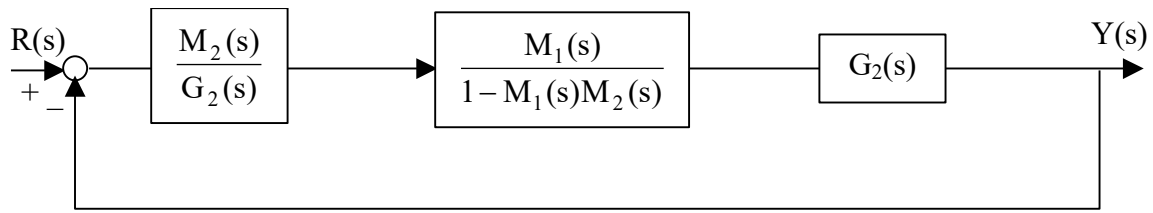
El regulador $F_2(s)$ en función de la parte fija del sistema, como la fracción:

$$F_2(s) = \frac{M_2(s)}{G_2(s)}$$

Y el regulador $F_3(s)$ igual a la parte fija de la función de lazo cerrado $M_2(s)$:

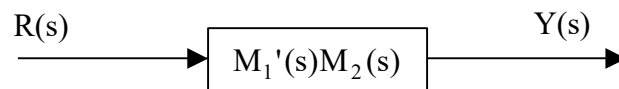
$$F_3(s) = M_2(s)$$





Si por algún motivo, como se había previsto, varía la función de transferencia $G_1(s)$ afectará exclusivamente a la función $M_1(s)$, manteniéndose sin variaciones la función $M_2(s)$.

Es decir, si ahora la función de transferencia de la planta pasa de $G_1(s)$ a $G_1'(s)$, esto afectará al sistema de lazo cerrado total modificando $M_1(s)$ a $M_1'(s)$. Los polos de lazo cerrado definidos en $M_1(s)$ modificarán su posición según se modifique $G_1(s)$, pero los polos de lazo cerrado fijados en $M_2(s)$ no variarán de posición.



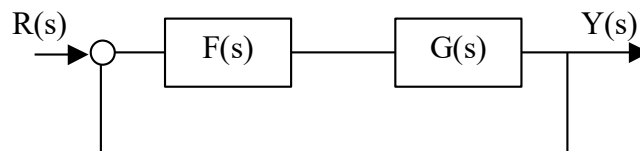
Por tanto, los polos de lazo cerrado dominantes han de estar en la función $M_2(s)$, mientras que los que menos influyentes se sitúan en $M_1(s)$ para que si varían de posición no afecten en gran medida a la respuesta total.

4.4. COMPENSACIÓN DE ESTRUCTURA FIJA

Los reguladores obtenidos hasta ahora pueden tener una desventaja a la hora de su implantación en el sistema. El problema consiste en que el tamaño del regulador que se va a obtener depende del orden del sistema a controlar, por lo que según aumenta la complejidad del sistema aumenta también la complejidad del regulador, con lo que también se incrementa la dificultad para la construcción del mismo. Por este motivo puede ser interesante limitar el tamaño del regulador a obtener para facilitar su construcción.

A continuación, se presenta otro método para obtener reguladores mediante Asignación de Polos pero fijando de antemano el número de polos y ceros que va a contener, independientemente del tamaño del sistema a controlar.

Para el cálculo del regulador se van a tener en cuenta el orden del sistema a controlar y del regulador buscado. Partiendo de nuevo del sistema de control en lazo cerrado:



$$M(s) = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)}$$

Descomponiendo la función de transferencia en numerador y denominador se tiene:

$$M(s) = \frac{\frac{N_{F(s)}}{D_{F(s)}} \frac{N_{G(s)}}{D_{G(s)}}}{1 + \frac{N_{F(s)}}{D_{F(s)}} \frac{N_{G(s)}}{D_{G(s)}}}$$

$$M(s) = \frac{N_{F(s)} N_{G(s)}}{D_{F(s)} D_{G(s)} + N_{F(s)} N_{G(s)}}$$

A la vista del denominador de la función de transferencia de lazo cerrado $M(s)$ puede verse que el orden del sistema de lazo cerrado será la suma del orden del regulador más el orden de la planta a controlar.

Por otro lado, el número de polos de lazo cerrado cuya posición fija el regulador será igual al número de parámetros ajustables que se incluyan en dicho regulador.

Por tanto, si el orden del sistema de lazo cerrado es n y el regulador tiene m parámetros ajustables, se pueden fijar inicialmente las posiciones de m polos de lazo cerrado. Los $m-n$ polos de lazo cerrado restantes y los parámetros de regulador vendrán entonces impuestos para cumplir las condiciones.