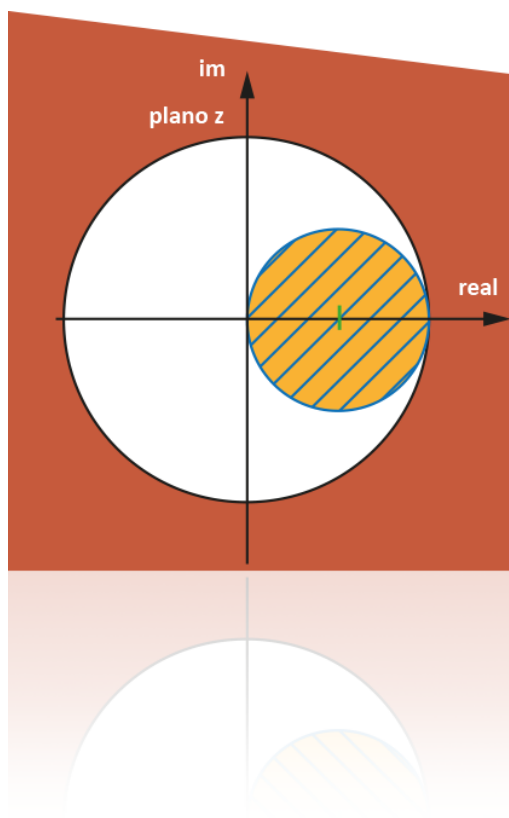


Control por computador

5. Estabilidad



Profesores

José Ramón Llata

Esther González Sarabia

José Joaquín Sainz Gutiérrez

Jesús Arce Hernando

María Sandra Robla Gómez

Luciano Alonso Rentería

Departamento de Tecnología Electrónica e Ing. Sistemas y Automática (TEISA)

5

Estabilidad

5.1. INTRODUCCIÓN

Se analiza en este capítulo algunos de los criterios de estabilidad aplicables a los sistemas discretos.

La estabilidad de un sistema puede determinarse por la posición de los polos de lazo cerrado en el plano z , es decir, por la posición de las raíces de la ecuación característica del sistema.

Los criterios que se van a analizar son los siguientes:

- Criterio de Jury para sistemas de control en lazo cerrado en el plano z .
- Criterio de Routh-Hurwitz para sistemas de control en lazo cerrado en el plano s . Mediante la aplicación de la transformación bilineal se convierte el sistema en el plano z en un sistema equivalente en el plano w . De esta forma pueden aplicarse los criterios de estabilidad de sistemas continuos al sistema equivalente.

5.2. CRITERIO DE ESTABILIDAD DE JURY

Dada la ecuación característica de un sistema de control de lazo cerrado en el plano z :

$$P(z) = a_n \cdot z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + \dots + a_1 \cdot z + a_0$$

el sistema será estable si todas las raíces de dicha ecuación están dentro del círculo unidad.

Se construye la tabla de Jury según el siguiente esquema:

z^n	z^{n-1}	z^{n-2}		z^2	z^1	z^0
a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	...	a_2	a_1	a_0
a_0	a_1	a_2	...	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n
b_{n-1}	b_{n-2}	b_{n-3}	...	b_1	b_0	
b_0	b_1	b_2	...	b_{n-2}	b_{n-1}	
c_{n-2}	c_{n-3}	c_{n-3}		c_0		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$				
q_2	q_1	q_0				

La primera fila de la tabla corresponde a los coeficientes de la ecuación características ordenada en potencias decrecientes de z .

La segunda fila se obtiene de la fila anterior colocando los coeficientes en orden inverso.

La tercera fila se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$b_k = a_k \cdot a_0 - a_{n-k} \cdot a_n$$

Por ejemplo:

$$b_{n-1} = a_{n-1} \cdot a_0 - a_1 \cdot a_n$$

$$b_{n-2} = a_{n-2} \cdot a_0 - a_2 \cdot a_n$$

$$\vdots$$

$$b_0 = a_0 \cdot a_0 - a_n \cdot a_n$$

La cuarta fila se obtiene invirtiendo el orden de los coeficientes de la tercera fila. La quinta fila y sucesivas filas impares se obtienen aplicando la expresión anterior con respecto a los coeficientes de las dos filas anteriores. La sexta fila y sucesivas filas pares se obtienen invirtiendo el orden de los coeficientes de la fila anterior.

Condiciones de estabilidad:

El sistema será estable si cumple todas las siguientes condiciones:

1.- $P(1) > 0$

2.- $P(-1) > 0$ si n es par
 $P(-1) < 0$ si n es impar

3.- $|a_0| < a_n$

4.- $|b_0| > |b_{n-1}|$
 $\vdots$
 $|q_0| > |q_2|$

5.3. CRITERIO DE ESTABILIDAD DE ROUTH-HURWITZ

Dada la ecuación característica de un sistema de control de lazo cerrado en el plano z :

$$P(z) = a_n \cdot z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + \dots + a_1 \cdot z + a_0$$

aplicando la transformación bilineal:

$$z = \frac{1+w}{1-w}$$

se transforma el plano z en el plano w donde se puede aplicar el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz para sistemas continuos:

$$P(w) = a_0 w^n + a_1 w^{n-1} + \dots + a_{n-1} w + a_n$$

Si alguno de los coeficientes no existe o es de distinto signo el sistema será inestable.

Se construye la tabla de Routh-Hurwitz según el siguiente esquema:

w^n	a_0	a_2	a_4	...
w^{n-1}	a_1	a_3	a_5	...
w^{n-1}	b_1	b_2	b_3	...
...	...	...	...	...
w^2	c_1	c_2	c_3	...
w^1	d_1	d_2	d_3	...
w^0	e_1	e_2	e_3	...

Los coeficientes b_1, b_2, b_3 , etc. se calculan según las expresiones siguientes:

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} \quad b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} \quad b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$

Los coeficientes c_1, c_2, c_3 , etc. se calculan según las expresiones siguientes:

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1} \quad c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1} \quad c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$$

De la misma forma se van calculando los coeficientes de cada fila basándose siempre en los coeficientes de las dos filas anteriores hasta llegar a la fila de w^0 .

Cada cambio de signo en la primera columna, el número de éstos corresponde con el número de polos inestables.