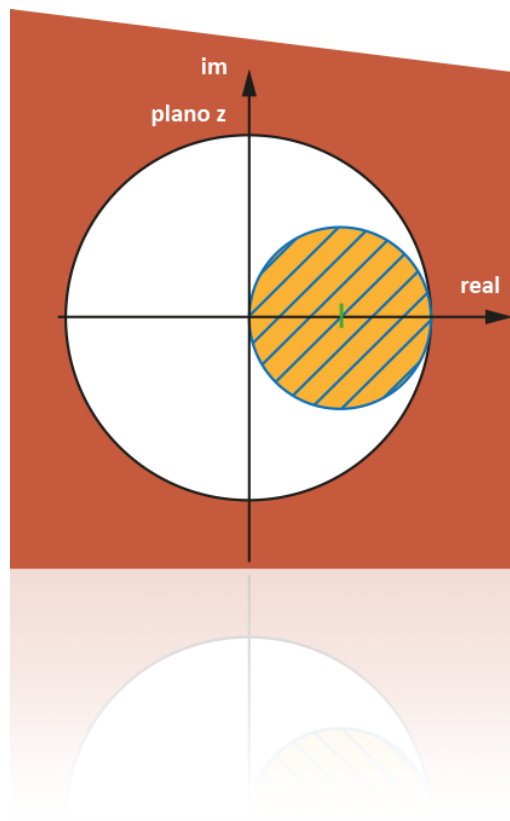


Control por computador

9. Diseño de reguladores por el lugar de las raíces



Profesores

José Ramón Llata

Esther González Sarabia

José Joaquín Sainz Gutiérrez

Jesús Arce Hernando

María Sandra Robla Gómez

Luciano Alonso Rentería

9

Diseño de Reguladores por el Lugar de las Raíces

9.1. INTRODUCCIÓN

El diseño de reguladores por el Lugar de las Raíces desarrollado para sistemas continuos puede ser extendido sin modificaciones a sistemas discretos ya que la ecuación característica correspondiente al sistema discreto en el plano z tiene la misma forma que la del sistema continuo en el plano s .

Mediante la aplicación de los métodos de discretización de reguladores continuos a los reguladores tipo PID continuos se puede llegar a obtener la forma equivalente de dichos reguladores para el plano z .

De esta forma se pueden ajustar la posición de dicho regulador aplicando el criterio del módulo y argumento.

9.2. DISCRETIZACIÓN DE REGULADORES PD MEDIANTE SUSTITUCIÓN DE OPERADORES

9.2.1. Mediante el operador derivada hacia atrás

Dado un regulador continuo de tipo PD:

$$R(s) = k_p(1 + T_d s)$$

Aplicando el operador derivada hacia atrás:

$$s = \frac{z-1}{Tz}$$

Tendremos:

$$R(z) = k_p \left(1 + T_d \frac{z-1}{Tz} \right) = k_p \left(\frac{Tz + T_d(z-1)}{Tz} \right) = \frac{k_p}{T} \frac{(T + T_d)z - T_d}{z} = \frac{k_p(T + T_d)}{T} \frac{z - \frac{T_d}{(T + T_d)}}{z}$$

$$R(z) = K \frac{z-a}{z} \quad \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{k_p(T + T_d)}{T} \\ a = \frac{T_d}{(T + T_d)} \end{array} \right.$$

9.2.2. Mediante el operador derivada hacia delante

Dado un regulador continuo de tipo PD:

$$R(s) = k_p(1 + T_d s)$$

Aplicando el operador derivada hacia delante:

$$s = \frac{z-1}{T}$$

$$R(z) = k_p \left(1 + T_d \frac{z-1}{T} \right) = k_p \left(\frac{T + T_d(z-1)}{T} \right) = \frac{k_p}{T} (T_d z + (T - T_d)) = \frac{k_p T_d}{T} \left(z + \frac{(T - T_d)}{T_d} \right)$$

$$R(z) = K(z + a) \quad \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{k_p T_d}{T} \\ a = \frac{(T - T_d)}{T_d} \end{array} \right.$$

9.2.3. Mediante el operador integración trapezoidal

Dado un regulador continuo de tipo PD:

$$R(s) = k_p(1 + T_d s)$$

Aplicando el operador de integración trapezoidal:

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$$

$$R(z) = k_p \left(1 + T_d \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right) = k_p \left(\frac{T(z+1) + 2T_d(z-1)}{T(z+1)} \right) = \frac{k_p}{T} \frac{(T + 2T_d)z + (T - 2T_d)}{z+1}$$

$$R(z) = \frac{k_p(T + 2T_d)}{T} \frac{z + \frac{(T - 2T_d)}{(T + 2T_d)}}{z+1}$$

$$R(z) = K \frac{z+a}{z+1} \quad \begin{cases} K = \frac{k_p(T + 2T_d)}{T} \\ a = \frac{(T - 2T_d)}{(T + 2T_d)} \end{cases}$$

9.3. DISCRETIZACIÓN DE REGULADORES PI MEDIANTE SUSTITUCIÓN DE OPERADORES

9.3.1. Mediante el operador derivada hacia atrás:

Dado un regulador continuo de tipo PI:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

Aplicando el operador derivada hacia atrás:

$$s = \frac{z-1}{Tz}$$

$$R(z) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i \frac{z-1}{Tz}} \right) = k_p \left(\frac{Tz + T_i(z-1)}{T_i(z-1)} \right) = \frac{k_p}{T_i} \frac{(T + T_i)z - T_i}{z-1} = \frac{k_p(T + T_i)}{T_i} \frac{z - \frac{T_i}{(T + T_i)}}{z-1}$$

$$R(z) = K \frac{z-a}{z-1} \quad \begin{cases} K = \frac{k_p(T + T_i)}{T_i} \\ a = \frac{T_i}{(T + T_i)} \end{cases}$$

9.3.2. Mediante el operador derivada hacia delante:

Dado un regulador continuo de tipo PI:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

Aplicando el operador derivada hacia delante:

$$s = \frac{z-1}{T}$$

$$R(z) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i \frac{z-1}{T}} \right) = k_p \left(\frac{T + T_i(z-1)}{T_i(z-1)} \right) = \frac{k_p}{T_i} \left(\frac{T_i z + (T - T_i)}{z-1} \right) = \frac{k_p T_i}{T_i} \frac{z + \frac{(T - T_i)}{T_i}}{z-1}$$

$$R(z) = k_p \frac{z + \frac{(T - T_i)}{T_i}}{z-1}$$

$$R(z) = K \frac{z+a}{z-1} \quad \begin{cases} K = k_p \\ a = \frac{(T - T_i)}{T_i} \end{cases}$$

9.3.3. Mediante el operador integración trapezoidal:

Dado un regulador continuo de tipo PI:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

Aplicando el operador de integración trapezoidal:

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$$

$$R(z) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}} \right) = k_p \left(\frac{T(z+1) + 2T_i(z-1)}{2T_i(z-1)} \right) = \frac{k_p}{2T_i} \frac{(T + 2T_i)z + (T - 2T_i)}{z-1}$$

$$R(z) = \frac{k_p(T + 2T_i)}{2T_i} \frac{z + \frac{(T - 2T_i)}{(T + 2T_i)}}{z-1}$$

$$R(z) = K \frac{z+a}{z-1} \quad \begin{cases} K = \frac{k_p(T + 2T_i)}{2T_i} \\ a = \frac{(T - 2T_i)}{(T + 2T_i)} \end{cases}$$