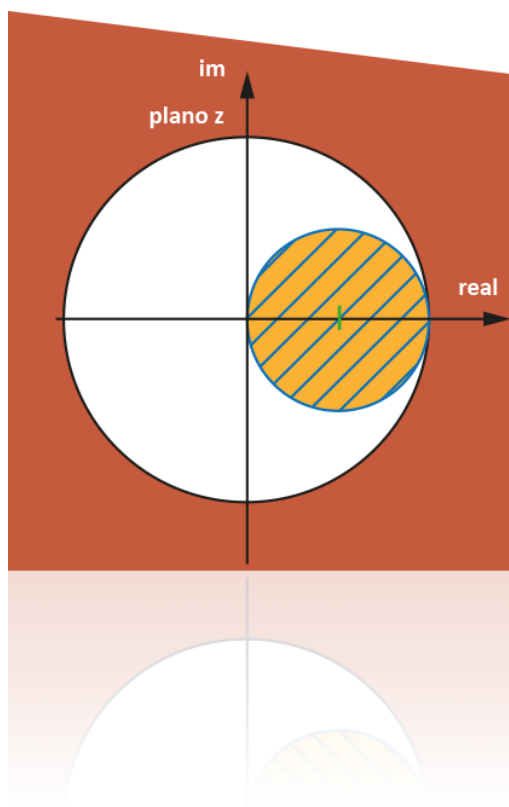


Control por computador

Ejercicios 13



Profesores

José Ramón Llata

Esther González Sarabia

José Joaquín Sainz Gutiérrez

Jesús Arce Hernando

María Sandra Robla Gómez

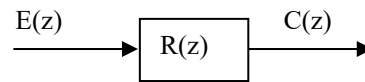
Luciano Alonso Rentería

Departamento de Tecnología Electrónica e Ing. Sistemas y Automática (TEISA)

EJERCICIO 13.1

Representar la programación directa del regulador $R(z)$.

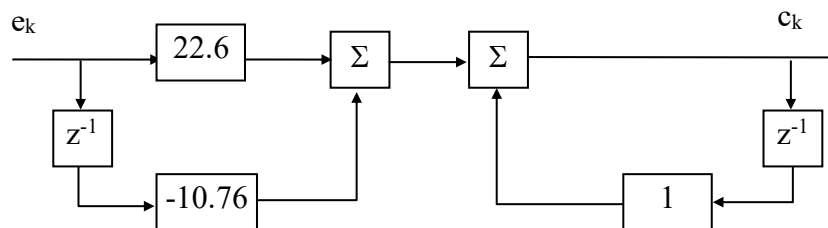
$$R(z) = 22.6 \frac{z - 0.476}{z + 1}$$



$$\frac{C(z)}{E(z)} = 22.6 \frac{z - 0.476}{z + 1} = \frac{22.6 - 10.76z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$C(z)(1 - z^{-1}) = E(z)(22.6 - 10.76z^{-1})$$

$$C(z) = E(z)(22.6 - 10.76z^{-1}) + C(z)z^{-1}$$

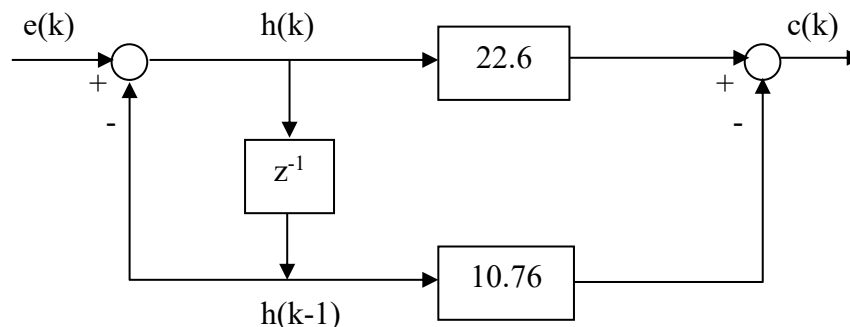
**EJERCICIO 13.2**

Para el ejercicio 13.1 representar la programación estándar del regulador $R(z)$.

$$\frac{C(z)}{E(z)} = 22.6 \frac{z - 0.476}{z + 1} = \frac{22.6 - 10.76z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{(22.6 - 10.76z^{-1})H(z)}{(1 + z^{-1})H(z)}$$

$$E(z) = (1 + z^{-1})H(z) \quad e(k) = h(k) + h(k - 1) \quad \boxed{h(k) = e(k) - h(k - 1)}$$

$$C(z) = (22.6 - 10.76z^{-1})H(z) \quad \boxed{c(k) = 22.6 h(k) - 10.76 h(k - 1)}$$



EJERCICIO 13.3

Hallar la ecuación en diferencias del regulador digital

$$D(z) = 0.2186 \frac{z + 0.8580}{z - 1}$$

e indicar el esquema de programación estándar de dicho regulador.

Este regulador es el calculado en el ejercicio 9.8.

$$D(z) = \frac{A(z)}{E(z)} = 0.2186 \frac{1 + 0.8580z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$0.2186E(z) + 0.1876z^{-1}E(z) = A(z) - z^{-1}A(z)$$

Luego la ecuación en diferencias será:

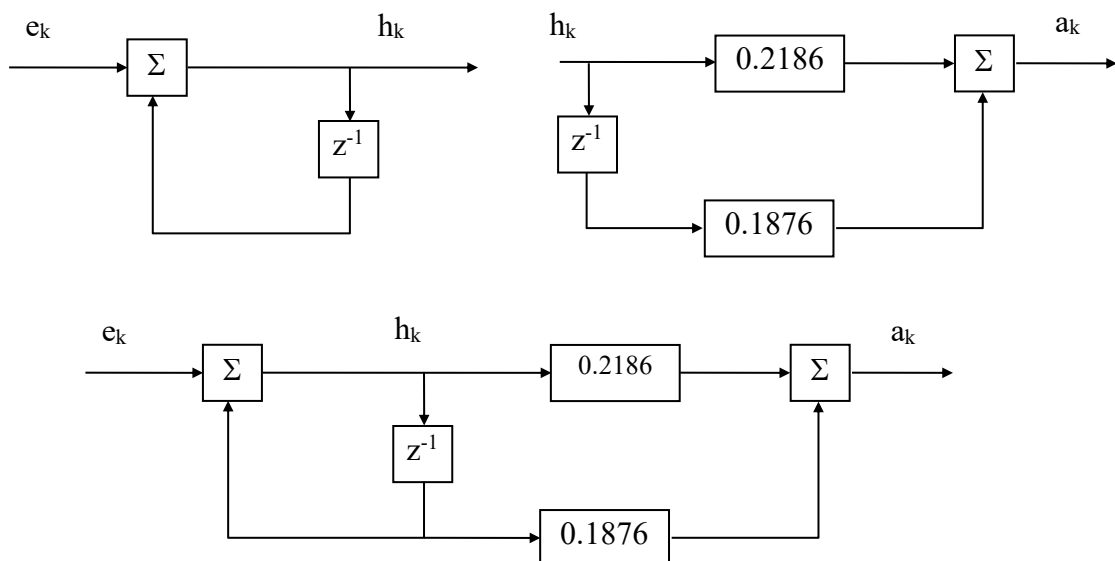
$$0.2186e_k + 0.1876e_{k-1} = a_k - a_{k-1}$$

El esquema de programación estándar:

$$\frac{A(z)}{E(z)} = \frac{0.2186 + 0.1876z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{H(z)}{E(z)} \frac{A(z)}{H(z)}$$

$$H(z) = \frac{E(z)}{1 - z^{-1}}$$

$$A(z) = H(z)(0.2186 + 0.1876z^{-1})$$



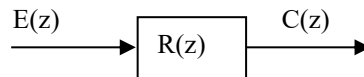
EJERCICIO 13.4

Encontrar la ecuación en diferencias del regulador

$$D(z) = 0.2113 \frac{1.0439z - 1}{1.0093z - 1}$$

e indicar el esquema de programación estándar del regulador.

Obtenido en el ejercicio 12.2.



$$\frac{A(z)}{E(z)} = 0.2113 \frac{1.0439z - 1}{1.0093z - 1}$$

Cálculo de la ecuación en diferencias del regulador:

$$(1.0093z - 1)A(z) = 0.2113(1.0439z - 1)E(z)$$

$$1.0093z \cdot A(z) - A(z) = 0.2206z \cdot E(z) - 0.2113E(z)$$

$$1.0093 \cdot A(z) - z^{-1}A(z) = 0.2206 \cdot E(z) - 0.2113z^{-1}E(z)$$

$$1.0093 \cdot a_k - a_{k-1} = 0.2206 \cdot e_k - 0.2113e_{k-1}$$

Programación estándar del regulador:

$$\frac{A(z)}{E(z)} = 0.2113 \frac{1.0439z - 1}{1.0093z - 1} = \frac{0.2206z - 0.2113}{1.0093z - 1} = \frac{0.2206 - 0.2113z^{-1}}{1.0093 - z^{-1}}$$

$$\frac{A(z)}{E(z)} = \frac{0.2206 - 0.2113z^{-1}}{1.0093 \left(1 - \frac{z^{-1}}{1.0093}\right)} = \frac{\frac{0.2206 - 0.2113z^{-1}}{1.0093}}{1 - \frac{z^{-1}}{1.0093}} = \frac{0.2186 - 0.2094z^{-1}}{1 - 0.9908z^{-1}}$$

$$\frac{A(z)}{E(z)} = \frac{0.2186 - 0.2094z^{-1}}{1 - 0.9908z^{-1}}$$

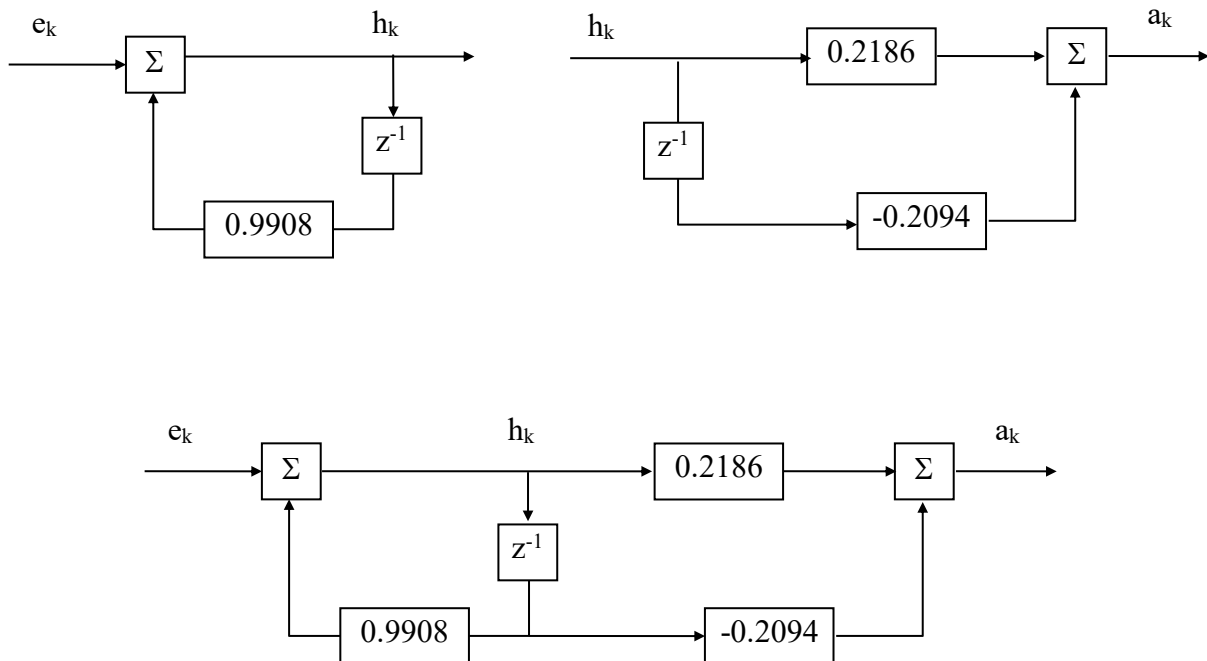
$$\frac{A(z)}{E(z)} = \frac{H(z)}{H(z)} \frac{A(z)}{E(z)}$$

$$\frac{H(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 - 0.9908z^{-1}}$$

$$\frac{A(z)}{H(z)} = 0.2186 - 0.2094z^{-1}$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.9908z^{-1}} E(z)$$

$$A(z) = (0.2186 - 0.2094z^{-1})H(z)$$



EJERCICIO 13.5

Obtener la estructura de programación serie del regulador discreto:

$$F(z) = -2.0969 \frac{(z - 2.6125)(z - 0.9048)}{(z - 0.7386)(z + 0.2358)}$$

Dicho regulador es el obtenido en el ejercicio 10.7

$$F(z) = -2.0969 \cdot \frac{(1 - 2.6125z^{-1})}{(1 - 0.7386z^{-1})} \cdot \frac{(1 - 0.9048z^{-1})}{(1 - 0.2358z^{-1})}$$

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ -3.5a - 4b + 0.5c + d = 0.45 \\ 3a + 5b + 0.5d = 0.3 \\ 2.5a = 0.4 \end{cases}$$

Resolviendo:

$$a = 0.16$$

$$b = -0.1$$

$$c = -0.06$$

$$d = 0.64$$

Por tanto la expresión de $F(z)$ quedará como:

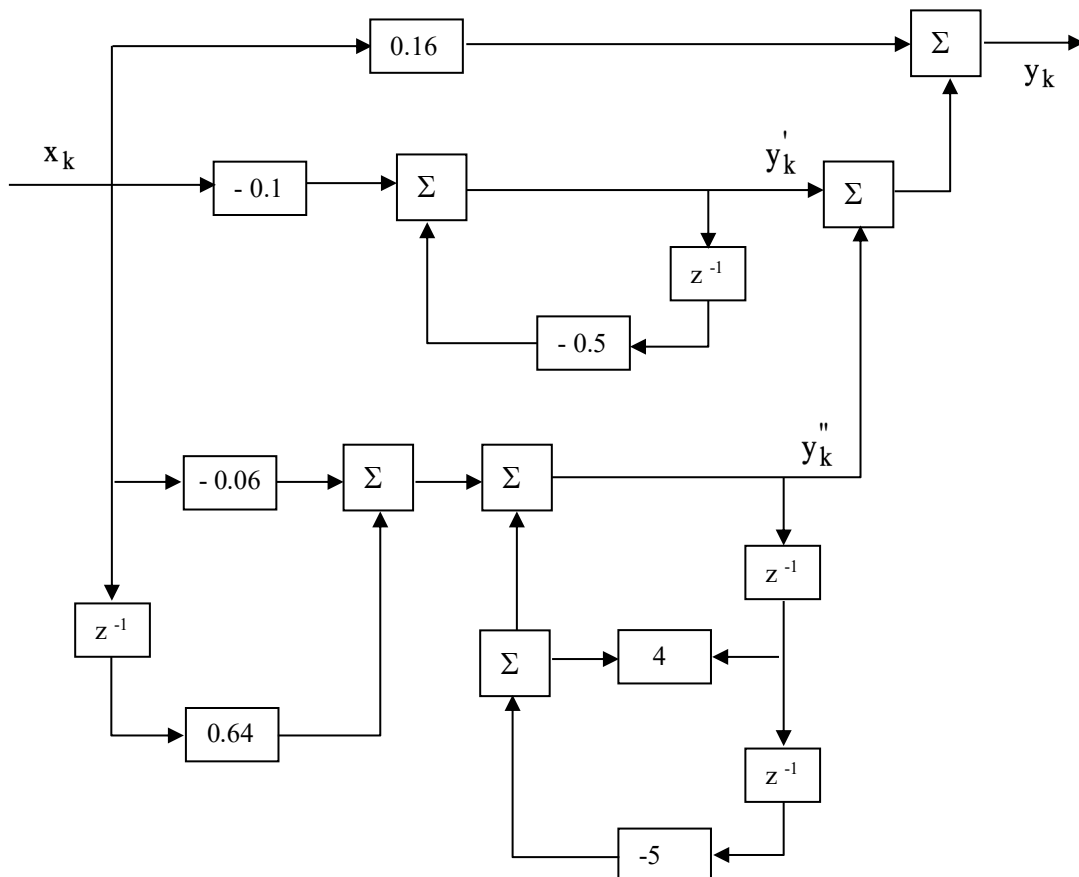
$$F(z) = 0.16 + \frac{-0.1z}{z+0.5} + \frac{-0.06z^2 + 0.64z}{z^2 - 4z + 5} = 0.16 + \frac{-0.1}{1+0.5z^{-1}} + \frac{-0.06 + 0.64z^{-1}}{1-4z^{-1} + 5z^{-2}}$$

Las ecuaciones en diferencias de cada término serán:

$$y_k = 0.16x_k + y'_k + y''_k$$

$$y'_k = -0.1x_k - 0.5y'_{k-1}$$

$$y''_k = -0.06x_k + 0.64x_{k-1} + 4y''_{k-1} - 5y''_{k-2}$$



EJERCICIO 13.7

Representar la estructura de programación en escalera del regulador digital cuya función de transferencia es:

$$F(z) = \frac{(z+2)}{(z^2 - 1.2z + 0.85)(z-1)}$$

$$F(z) \cdot z^2 = \frac{z^3 + 0.2z^2}{z^3 - 2.2z^2 + 2.05z - 0.85} = 1 + \frac{2.4z^2 - 2.05z + 0.85}{z^3 - 2.2z^2 + 2.05z - 0.85} =$$

$$= 1 + \frac{1}{0.4167z + \frac{1}{\frac{2.4z^2 - 2.05z + 0.85}{-1.3458z^2 + 1.6958z - 0.85}}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{0.4167z + \frac{1}{-1.7833 + \frac{0.9741z - 0.6658}{-1.3458z^2 + 1.6958z - 0.85}}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{0.4167z + \frac{1}{-1.7833 + \frac{1}{-1.3816z + \frac{0.7759z - 0.85}{0.9741z - 0.6658}}}}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{0.4167z + \frac{1}{-1.7833 + \frac{1}{-1.3816z + \frac{1}{1.2554 + \frac{0.4013}{0.7759z - 0.85}}}}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{0.4167z + \frac{1}{-1.7833 + \frac{1}{-1.3816z + \frac{1}{1.2554 + \frac{1}{1.9335z + \frac{-0.85}{0.4013}}}}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{0.4167z + \frac{1}{-1.7833 + \frac{1}{-1.3816z + \frac{1}{1.2554 + \frac{1}{1.9335z + \frac{1}{-0.4721}}}}}}$$

