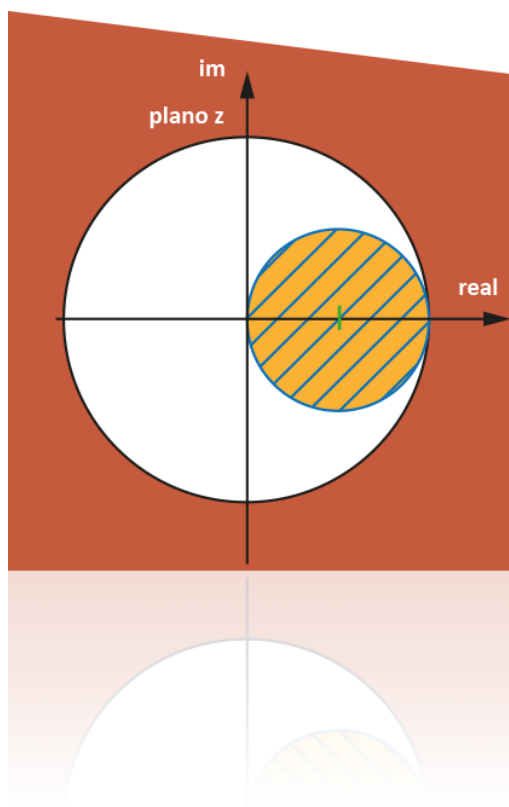


Control por computador

Ejercicios 2



Profesores

José Ramón Llata

Esther González Sarabia

José Joaquín Sainz Gutiérrez

Jesús Arce Hernando

María Sandra Robla Gómez

Luciano Alonso Rentería

Departamento de Tecnología Electrónica e Ing. Sistemas y Automática (TEISA)

EJERCICIO 2.1

Se pretende realizar un sistema de control por computador para el posicionamiento de una antena de televisión vía satélite. Para ello se ha seleccionado la correspondiente antena parabólica, un motor de corriente continua, unos engranes y una base que permite la rotación de la antena. La función de transferencia de todo este conjunto (motor, engranes, base giratoria y antena) se ha estimado como $G(s)$. Así mismo se ha incorporado un sensor de posición digital, formado por un encoder, cuya función de transferencia viene dada por $H(z)$. Por último se ha adquirido un amplificador de potencia, de ganancia K , para alimentar al motor.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{20}{s(s+6)} \quad H(z) = \frac{V_o(z)}{\theta(z)} = 0.4$$

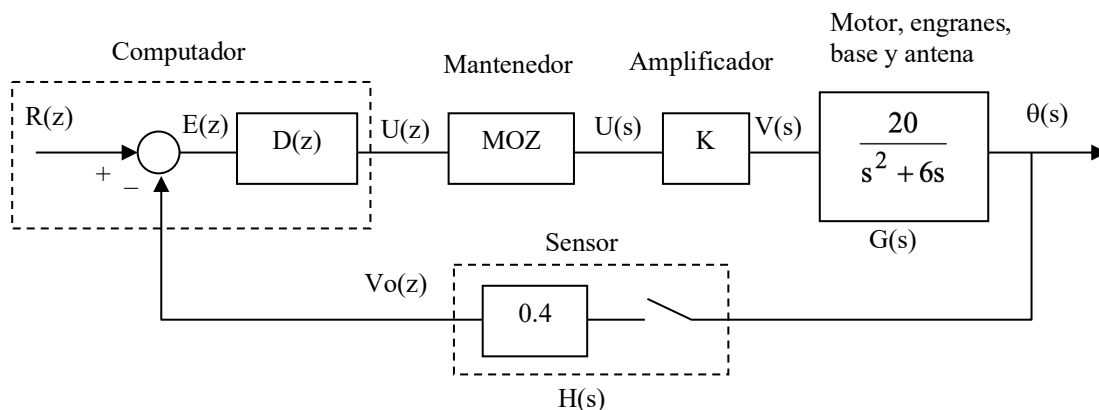
Siendo $\theta(s)$: ángulo girado por la antena
 $V(s)$: tensión de entrada al motor
 $V_o(s)$: dato a la salida del encoder

La señal de referencia se pretende dar por teclado desde el computador.

Dibujar el diagrama de bloques indicando el conjunto de elementos a utilizar, su disposición y conexión, su función y el tipo de señales que aparecen en cada punto del sistema. Indicar la posición del computador.

Para realizar el control de dicho sistema se ha seleccionado un periodo de muestreo de 0.05 segundos. Analizar, en base a los datos disponibles, si dicho periodo de muestreo está seleccionado correctamente, que factores influyen en su selección y considerando el amplificador de la cadena directa de valor K , cuál sería su máximo valor para que el muestreo se realice correctamente con el periodo de muestreo fijado.

Diagrama de bloques del sistema:



Funciones:

$D(z)$: Regulador digital implantado en el computador. Genera la ley de control

MOZ: Mantenedor de orden 0. Transforma la señal digital en una analógica para poder ser aplicada a los elementos analógicos.

K: Amplificador de potencia

G(s): Conjunto analógico que forma el sistema a controlar.

H(z): Conjunto sensor, en este elemento se realiza la discretización de la señal analógica de salida del sistema.

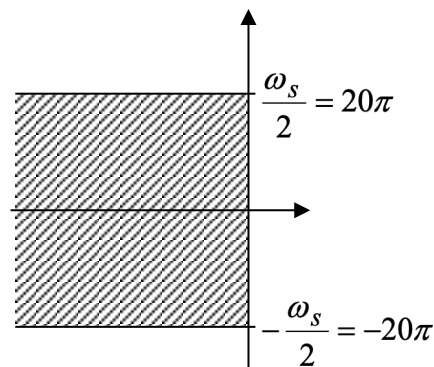
En la figura se muestran los tipos de señales que aparecen en el sistema. Las señales expresadas como funciones de Z son digitales y las expresadas como funciones de S son analógicas o continuas.

Sobre el periodo de muestreo:

T=0.05 segundos

Esto indica que la banda principal es:

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 40\pi \frac{\text{rad}}{\text{seg}} = 125.66 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$



Para seleccionar el periodo de muestreo se hace necesario observar la frecuencia de la señal de entrada (o al menos su armónico principal) así como las frecuencias de oscilación que pueden aparecer por la propia construcción del sistema:

- No es posible decir nada acerca de la entrada ya que no la conocemos.
- Respecto a oscilaciones del sistema:

$$M(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)} = \frac{\frac{20K}{s^2 + 6s}}{\frac{s^2 + 6s + K \cdot 20 \cdot 0.4}{s^2 + 6s}} = \frac{20K}{s^2 + 6s + 8K}$$

Ecuación característica: $s^2 + 6s + 8K \rightarrow s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2$

$\omega_n^2 = 8K \rightarrow \omega_n = \sqrt{8K}$ Frecuencia natural de oscilación del sistema sin amortiguamiento.

$2\delta\omega_n = 6 \rightarrow \delta = \frac{6}{2\sqrt{8K}} = \frac{3}{\sqrt{8K}}$ Coeficiente de amortiguamiento

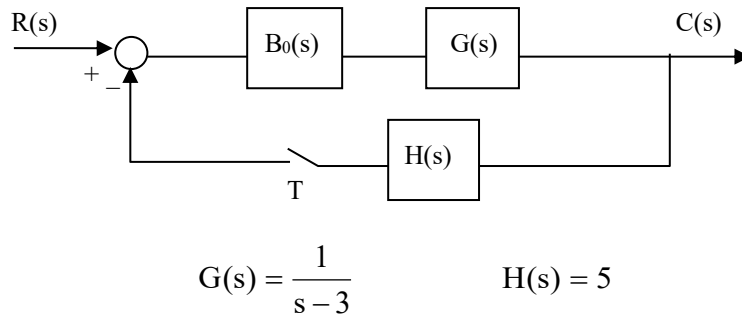
$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \delta^2} = \sqrt{8K} \sqrt{1 - \left(\frac{3}{\sqrt{8K}}\right)^2} = \sqrt{8K \left(1 - \frac{9}{8K}\right)} = \sqrt{8K - 9}$ Frecuencia real

$$\text{Luego } \omega_s \geq 2\omega_d, \quad \omega_s \geq 2\sqrt{8K-9} \quad K \leq \frac{1}{8} \left(\frac{\omega_s^2}{4} + 9 \right) = \frac{1}{8} \left(\frac{(40\pi)^2}{4} + 9 \right) \leq 494.6$$

Para este valor de K, la frecuencia de oscilación tomaría el valor máximo para que se pudiera muestrear correctamente con el periodo de muestreo fijado de 0.05 segundos.

EJERCICIO 2.2

Para el sistema de control mostrado en la figura:



Hallar el periodo máximo de muestreo que puede emplearse para que el sistema sea estable.

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \sum \text{Res} \left[\frac{1}{s(s-3)} \cdot \frac{z}{z-e^{sT}} \right]$$

$$R_1 = s \cdot \frac{1}{s(s-3)} \cdot \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=0} = \frac{1}{(s-3)} \cdot \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=0} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$R_2 = (s-3) \cdot \frac{1}{s(s-3)} \cdot \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=3} = \frac{1}{s} \cdot \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{z}{z-e^{3T}}$$

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \left[-\frac{1}{3} \cdot \frac{z}{z-1} + \frac{1}{3} \cdot \frac{z}{z-e^{3T}} \right] = \frac{1}{3} \left[-1 + \frac{z-1}{z-e^{3T}} \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{-z+e^{3T}+z-1}{z-e^{3T}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{e^{3T}-1}{z-e^{3T}}$$

$$GH(z) = \frac{5}{3} \cdot \frac{e^{3T}-1}{z-e^{3T}}$$

$$M(z) = \frac{G(z)}{1+GH(z)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{e^{3T}-1}{z-e^{3T}}}{1 + \frac{5}{3} \cdot \frac{e^{3T}-1}{z-e^{3T}}} = \frac{e^{3T}-1}{3z-3e^{3T}+5e^{3T}-5} = \frac{e^{3T}-1}{3z+2e^{3T}-5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{e^{3T}-1}{z + \frac{2e^{3T}-5}{3}}$$

La ecuación característica es: $z + \frac{2e^{3T} - 5}{3} = 0$

Para que sea estable las raíces de la ecuación característica deben estar dentro del círculo unidad.

$$\frac{2e^{3T} - 5}{3} < 1$$

$$2e^{3T} < 8$$

$$T < \frac{1}{3} \ln 4$$

$$T < 0.46 \text{seg}$$