APÉNDICE I: EL PROBLEMA DE LAS UNIDADES

Unidades fundamentales y derivadas

A la hora de intentar explicar lo fenómenos que observa, el físico extrae información de la naturaleza a partir de medidas de magnitudes físicas. Medir significa dar un valor numérico a cierta magnitud física al compararla con una cantidad patrón que se toma como unidad. El resultado de una medición consta por lo tanto de una cantidad seguida de la unidad con la que estamos comparando la magnitud medida. Ejemplo: la altura *H* del monte Everest es 8848 veces la longitud de una unidad que llamamos metro (m), por lo tanto la medición de *H* la expresaremos como $H = 8848$ m. Podíamos haber comparado la altura del monte con otra unidad diferente como el pie (ft), unidad de longitud anglosajona, dándonos como resultado que su altura es 29030 veces la longitud de nuestra nueva unidad. La medición de *H* la expresaríamos ahora como $H = 29030$ ft.

Factor	Prefijo	Símbolo
10^{18}	*exa*	*E*
10^{15}	*peta*	*P*
10^{12}	*tera*	*T*
10^{9}	*giga*	*G*
10^{6}	*mega*	*M*
10^{3}	*kilo*	*k*
10^{-1}	*deci*	*d*
10^{-2}	*centi*	*c*
10^{-3}	*mili*	*m*
10^{-6}	*micro*	μ
10^{-9}	*nano*	*n*
10^{-12}	*pico*	*p*
10^{-15}	*femto*	*f*
10^{-18}	*atto*	*a*

Tabla 1: Prefijos para los múltiplos y submúltiplos de las unidades físicas.

En física se pueden expresar todas las magnitudes físicas en relación a cuatro magnitudes fundamentales: la longitud, el tiempo, la masa y la carga eléctrica. Para cada una de estas magnitudes hay que escoger una unidad.

Las unidades adoptadas internacionalmente, dentro de lo que se conoce como *Sistema Internacional* (*S.I.*), reciben el nombre de metro (m), segundo (s), kilogramo (kg) y culombio (C) respectivamente. (Hay otros sistemas de unidades, pero este es el más utilizado). En lo que sigue, y mientras no se diga lo contrario, utilizaremos siempre el S.I.

Por razones prácticas se han introducido múltiplos y submúltiplos (en potencias de 10) de estas unidades y se designan por un prefijo como se indica en la tabla 1. La altura del monte Everest del ejemplo anterior podríamos también expresarla como $H = 8.848 \cdot 10^3\ \text{m} = 8.848\ \text{km}$ (o en unidades anglosajonas $H = 29.03\ \text{kft}$)

La mayoría de las magnitudes que se usan en física se definen a partir de las magnitudes fundamentales, son lo que se llama magnitudes derivadas. Sus unidades de medida se denominan unidades derivadas y se expresan como una combinación de las unidades fundamentales. Por ejemplo, la velocidad de un objeto se define como el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo invertido en recorrerla, se medirá por lo tanto en m/s (unidad de longitud dividida entre unidad de tiempo). De manera similar tenemos que los volúmenes se calculan multiplicando tres longitudes y se medirán en m^3, las áreas en m^2, las densidades volúmicas de masa en kg/m^3 y así sucesivamente.

Los símbolos y las letras que se utilizan en las fórmulas físicas (como por ejemplo utilizar *H* para representar la altura del monte Everest) representan una cantidad junto con sus unidades. Si en un momento determinado se sustituye ese símbolo por una cantidad es necesario acompañarla con la unidad correspondiente. Un error típico de los estudiantes de física es dar un resultado sin indicar unidades: altura del monte Everest *H* = 8.848. Si no se indican las unidades la información no está completa, ya que no es lo mismo 8.848 cm, 8.848 millas ó 8.848 años-luz (¡los tres resultados son longitudes muy diferentes!).

Otro error, aunque no tan grave, es el opuesto, utilizar las unidades en exceso. Si al resolver un problema en el que nos piden calcular una altura llegamos por ejemplo al siguiente resultado o fórmula: $H = \frac{1}{2} g T^2$ donde *g* es la aceleración de la gravedad y *T* es un tiempo, es bastante usual encontrar a estudiantes que escriben el resultado como: $H = \frac{1}{2} g T^2\ \text{m}$, indicando que el resultado se expresa en metros (lo cual encuentran lógico debido a que es una altura). Esto es redundante, las letras *H*, *g* y *T* representan una cantidad con sus unidades, **¡las unidades están ya dentro de las letras!** y no es necesario escribirlas al lado de la fórmula. Además no es cierto que la expresión anterior para *H* se mida en metros. Será así si expresamos *H*, *g* y *T* en el S.I., pero si el cálculo lo hace un británico el resultado podría venir expresado por ejemplo en alguna de las siguientes formas:

$$H = \frac{1}{2} g T^2 = \frac{1}{2}\left(32.17\ \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}\right)(42.48\ \text{s})^2 = 29030\ \text{ft} \qquad \text{(altura medida en pies)}$$

$$H = \frac{1}{2} g T^2 = \frac{1}{2}\left(7.897 \cdot 10^4\ \frac{\text{mi}}{\text{h}^2}\right)(0.0118\ \text{h})^2 = 5.498\ \text{mi} \qquad \text{(altura medida en millas)}$$

Incluso utilizando el S.I. podríamos expresar el resultado en cm, mm, km, o cualquier múltiplo o submúltiplo del m.

Conversión de unidades

Algunas veces es necesario convertir un resultado expresado en unas unidades en el mismo resultado expresado en otro tipo de unidades. Para esto se utilizan factores de conversión entre diferentes unidades. Por ejemplo un pie británico son 30.48 centímetros: 1 ft = 30.48 cm. El cociente $\left(\frac{1\ \text{ft}}{30.48\ \text{cm}}\right)$ vale por lo tanto la unidad. (No estamos diciendo que 1 = 30.48, ¡hay que tener en cuenta las unidades!, sino que la longitud en el numerador, 1 ft, es igual a la longitud en el denominador, 30.48 cm, y por lo tanto su cociente es la unidad). Cualquier resultado expresado en cm si lo multiplicamos por el cociente anterior no cambiará de valor (lo estamos multiplicando en realidad por uno) pero pasará a expresarse en pies. Por ejemplo calcularía mi altura (h = 177.5 cm) expresada en pies de la siguiente forma:

$$h = 177.5\ \text{cm} = 177.5\ \cancel{\text{cm}}\left(\frac{1\ \text{ft}}{30.48\ \cancel{\text{cm}}}\right) = 5.823\ \text{ft}$$

Pueden utilizarse varios factores de este tipo para conseguir el cambio de unidades que necesitamos. Por ejemplo puede verse que la altura H que en el apartado anterior expresábamos en pies y en millas se corresponde con la altura del Everest:

$$H == 29030\ \cancel{\text{ft}}\left(\frac{30.48\ \cancel{\text{cm}}}{1\ \cancel{\text{ft}}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}}{100\ \cancel{\text{cm}}}\right) = 8848\ \text{m}$$

$$H = 5.498\ \cancel{\text{mi}}\left(\frac{1.6093\ \cancel{\text{km}}}{1\ \cancel{\text{mi}}}\right)\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}}\right) = 8848\ \text{m}$$

Análisis dimensional

Hay un error muy grave que suelen cometer la gran mayoría de estudiantes de física al realizar cálculos. Como vamos a ver ello es debido a que en ningún momento se paran a reflexionar si la expresiones o resultados intermedios que van encontrando por el camino son expresiones coherentes. ¿Que queremos decir con esto? Veamos un ejemplo ilustrativo. Imaginémonos que en un momento de nuestro cálculo nos encontramos con una expresión en la que aparece un término: $\left(V_1 + M_2 V_2 \right)$ donde V_1 y V_2 son velocidades y M_2 es una masa. ¿En qué unidades se medirá dicho término? ¿En m/s como las velocidades o en kg m/s? Este término no tiene sentido físico. Como se dice en lenguaje llano "no se pueden sumar peras con manzanas".

En física diremos que no se pueden sumar, restar o igualar términos que no sean homogéneos, es decir, que no tengan las mismas dimensiones. Los símbolos que se utilizan para representar las dimensiones de longitud, tiempo, masa y carga (que son las cuatro magnitudes físicas fundamentales) son L, T, M y Q. Una distancia se mida en metros, millas o años luz se dice que tiene dimensiones de longitud y matemáticamente se indica: $[\text{distancia}] = \mathrm{L} = \mathrm{L}^1$ (léase "la dimensión de una distancia es longitud") . Una velocidad se mida en m/s, km/h, etc. se dice que tiene dimensiones de longitud entre tiempo, y se expresará de la siguiente forma: $[\text{velocidad}] = \dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}} = \mathrm{L}^1\ \mathrm{T}^{-1}$. Lo mismo se puede hacer para cualquier tipo de magnitud física.

Ocupándonos del término erróneo que discutíamos anteriormente vemos que estamos sumando un término V_1 que tiene dimensiones de longitud entre tiempo: $[V_1] = \mathrm{L}^1\ \mathrm{T}^{-1}$ con un término $M_2 V_2$ que tiene dimensiones de masa por longitud entre tiempo: $[M_2 V_2] = \mathrm{M}\,\mathrm{L}^1\ \mathrm{T}^{-1}$. De esta forma podemos reconocer que el término $\left(V_1 + M_2 V_2 \right)$ no es correcto. Lo más seguro es que sea consecuencia de algún despiste en nuestros cálculos y probablemente revisándolos nos demos cuenta que en algún momento nos hemos olvidado de una masa M_1 que multiplicaba a V_1 con lo que después de la corrección lleguemos a una expresión más satisfactoria del tipo: $\left(M_1 V_1 + M_2 V_2 \right)$.

Otro ejemplo de este tipo de errores y que se da muy a menudo es el siguiente. En algún momento a lo largo de la asignatura el estudiante de física se acuerda haber visto una relación para el movimiento circular entre la velocidad lineal del objeto (*V*), la velocidad angular (ω) y el radio de giro (*R*), pero duda entre las dos siguientes:

(1) $\omega = V R$ (2) $V = \omega R$

Mucha gente es incapaz de salir de la duda e incluso decide levantarse para preguntar al profesor, cuando si se detuviesen a pensar un poco se darían cuenta de que la relación correcta es la (2). En efecto, la expresión correcta es la que es dimensionalmente homogénea, es decir, ambos lados de la igualdad deben de tener las mismas dimensiones. Analizando cada expresión:

(1): $[\omega] = \mathrm{T}^{-1}$ $[V R] = [V][R] = \left(\mathrm{LT}^{-1}\right)(\mathrm{L}) = \mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-1}$

no concuerdan las dimensiones, luego la expresión (1) no es correcta.

(2): $[V] = \mathrm{LT}^{-1}$ $[\omega R] = [\omega][R] = \left(\mathrm{T}^{-1}\right)(\mathrm{L}) = \mathrm{LT}^{-1}$

concuerdan las dimensiones, luego la expresión (2) sí es correcta.

Según lo que hemos discutido en los párrafos anteriores podemos ver que reflexionando sobre el aspecto de las expresiones matemáticas que utilizamos durante la resolución de un problema podemos darnos cuenta de posibles errores de cálculo o de fórmulas utilizadas que no eran correctas. De esta forma tenemos la posibilidad de revisar el problema, encontrar dónde se produjo el error y enmendarlo. Es una pena que muchos de los estudiantes de física no aprovechen dicha posibilidad, bien porque: a) para ellos resolver el problema es "hacer matemáticas" y no reflexionan sobre la forma que tienen las expresiones en sus cálculos, o b) tienen la malsana costumbre de sustituir todas las letras y símbolos por números desde un comienzo, dejando de lado las unidades por no arrastrarlas penosamente a lo largo de todos los cálculos (se pierde la noción de si lo que estamos operando son masas, velocidades, longitudes, fuerzas o cualquier otra magnitud física). El origen de esta forma incorrecta de resolver problemas de física reside en ambos casos en una mala introducción a esta asignatura en los cursos anteriores a la universidad.