

# Física Estadística

## Tercer curso del Grado en Física

J. Largo & J.R. Solana

[largoju at unican.es](mailto:largoju@unican.es)

[solanajr at unican.es](mailto:solanajr@unican.es)

Departamento de Física Aplicada  
Universidad de Cantabria

## Física Estadística

Largo-Solana

### Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y espacio fásico

## Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y espacio fásico

## Colectivo

Se denomina colectivo a un gran número  $\mathcal{N}$  de sistemas idénticos, todos en el mismo estado termodinámico, pero cada uno en un microestado diferente.

Un colectivo representa un estado termodinámico, si cambia el estado termodinámico el colectivo también debe cambiar, ya que tendrá macroestados diferentes con diferente población de microestados.

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y espacio fásico

## Dicho de otro modo

un colectivo, está constituido por  $\mathcal{N}$  réplicas del sistema, y cada microestado se encuentra representado un gran número de veces.

## La Hipótesis ergódica se puede formular

Siendo  $\Delta\mathcal{N}$  el número de réplicas de cada microestado en el colectivo, este número es el mismo para todos los microestados.

## Implicaciones:

- La hipótesis ergódica permite sustituir el conjunto de microestados que el sistema recorre con el tiempo por un conjunto estadístico que representa todos los microestados accesibles al sistema en un estado termodinámico dado.
- Las propiedades termodinámicas de un sistema en estado de equilibrio se pueden obtener realizando un promedio colectivo en vez de un promedio temporal.

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y espacio fásico

El promedio colectivo no es exactamente igual que el promedio temporal aunque si el tiempo es lo suficientemente grande ambos promedios convergen.

## Hipótesis cuasi-ergódica

Aunque el sistema no haya alcanzado un microestado en un intervalo de tiempo suficientemente grande, es posible encontrar otro microestado arbitrariamente próximo, que el sistema sí ha alcanzado en el mismo tiempo.

## Resumen

La hipótesis ergódica nos permite sustituir los promedios temporales por promedios sobre el colectivo.

- En vez de ver la evolución temporal del sistema sobre todos los microestados, realizaremos un promedio sobre todos los microestados del colectivo.
- La hipótesis cuasi-ergódica nos garantiza que la diferencia no va a ser significativa.

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y  
espacio fásico en  
Física Estadística

Promedio colectivo y  
promedio temporal

El espacio fásico en Física  
Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y  
espacio fásico

- **colectivo microcanónico**, que se aplica a sistemas aislados ( $N$ ,  $V$  y  $U$  constantes)
- **colectivo canónico**, que se aplica a sistemas cerrados en equilibrio con un foco a temperatura  $T$  ( $N$ ,  $V$  y  $T$  constantes)
- **colectivo macrocanónico**, para sistemas abiertos en equilibrio con un foco a temperatura  $T$  ( $\mu$ ,  $V$  y  $T$  constantes, siendo  $\mu$  el potencial químico)
- **colectivo isotérmico-isobárico**, que se aplica a sistemas cerrados con temperatura  $T$  y presión  $p$  constantes ( $N$ ,  $T$  y  $p$  constantes).



## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y  
espacio fásico en  
Física Estadística

Promedio colectivo y  
promedio temporal

El espacio fásico en Física  
Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y  
espacio fásico

## El espacio $\Gamma$

para un sistema con  $f$  grados de libertad, es un espacio de  $2f$  dimensiones, uno para cada una de las coordenadas de posición generalizadas y una para cada uno de los momentos conjugados que en conjunto determinan el estado instantáneo del sistema.

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y  
espacio fásico en  
Física Estadística

Promedio colectivo y  
promedio temporal

El espacio fásico en Física  
Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y  
espacio fásico

Dentro del espacio  $\Gamma$  se pueden considerar dos subespacios:

1. *espacio de configuración*
2. *espacio de momentos*

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y espacio fásico

## El espacio $\mu$

es un espacio de  $2s$  dimensiones ( $s$  los grados de libertad por partícula) en que cada punto representa el estado instantáneo de una partícula.

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

**Densidades de distribución**

Estados cuánticos y espacio fásico

- El colectivo asociado a un sistema se representa en el espacio  $\Gamma$  como una “nube de puntos”, que definirán una densidad de sistemas  $\rho_{\mathcal{N}}$ .
- La *densidad*  $\rho_{\mathcal{N}}$ , determinará las propiedades del estado de equilibrio de un sistema termodinámico.
- Los puntos se desplazarán con el tiempo, según evolucionen los sistemas. Aunque si el sistema está en equilibrio, sus propiedades no variarán (salvo fluctuaciones), aunque los puntos seguirán desplazándose por el espacio de fases.

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

**Densidades de distribución**

Estados cuánticos y espacio fásico

Los puntos representativos se desplazan con el tiempo a través del espacio de fases, de manera que en un elemento de volumen del mismo constantemente estarán entrando y saliendo sistemas.

$$\rho_{\mathcal{N}} = \rho_{\mathcal{N}}(q_1, \dots, q_f, p_1, \dots, p_f, t) = \rho_{\mathcal{N}}(q, p, t)$$

Esta densidad variará de unas regiones a otras del espacio, y con el tiempo.

El número de sistemas que, en un instante encuentran en un elemento de volumen  $dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f$  del espacio  $\Gamma$  será:

$$d^{2f} \mathcal{N} = \rho_{\mathcal{N}}(q, p, t) dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f$$

el número total de sistemas del colectivo se obtiene integrando sobre todo el espacio de fases:

$$\mathcal{N} = \int \dots \int \rho_{\mathcal{N}}(q, p, t) dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f$$

## La densidad de probabilidad $\rho$ normalizada

$$\rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) = \frac{\rho_{\mathcal{N}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)}{\int \dots \int \rho_{\mathcal{N}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) dq_1 \dots dp_f}$$

podemos obtener el promedio de cualquier magnitud  $F(\mathbf{q}, \mathbf{p})$  que dependa de las coordenadas de posición y de los momentos del sistema.

$$\langle F \rangle = \int \dots \int F(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f$$

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y  
espacio fásico en  
Física Estadística

Promedio colectivo y  
promedio temporal

El espacio fásico en Física  
Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y  
espacio fásico

## punto de vista clásico

- El espacio  $\Gamma$  es un espacio clásico, cualquier punto representa un posible estado instantáneo del sistema.
- La densidad de puntos en el espacio  $\Gamma$ , son funciones continuas.
- La densidad de probabilidad depende del Hamiltoniano clásico y por lo tanto será continua.



## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

Densidades de distribución

Estados cuánticos y espacio fásico

## punto de vista cuántico

- Los sistemas termodinámicos son cuánticos.
- Las energías, varían de forma discreta y tendremos una distribución de probabilidad discreta.
- El valor medio de una función  $F(E_n)$  vendrá dado por:

$$\langle F(E_n) \rangle = \sum_n F(E_n) P_n$$

donde  $P_n = \mathcal{P}(E_n)$  es la probabilidad de que el sistema tenga energía  $E_n$ .

## Física Estadística

Largo-Solana

Colectivos y espacio fásico en Física Estadística

Promedio colectivo y promedio temporal

El espacio fásico en Física Estadística

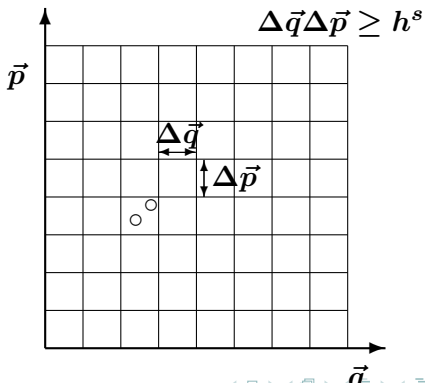
Densidades de distribución

Estados cuánticos y espacio fásico

- Desde el punto de vista clásico, una partícula puede tener cualquier valor de cualquiera de sus coordenadas de posición y del correspondiente momento conjugado.
- Desde el punto de vista cuántico no es así porque lo impide el **principio de incertidumbre de Heisenberg**.

$$\Delta q_i \Delta p_i \geq h$$

Cuánticamente, para una partícula que tenga  $s$  grados de libertad, todos los puntos del espacio  $\mu$  comprendidos dentro de un elemento de volumen  $s$ -dimensional  $h^s$  corresponden al mismo estado cuántico de la partícula.



## Pasando al espacio $\Gamma$

- Por tanto, siendo  $f$  el número de grados de libertad del sistema, un volumen  $h^f$  del espacio de fases corresponde a un mismo microestado.
- Si  $V_{\Gamma}$  es el volumen del espacio  $\Gamma$  representativo de los estados accesibles al sistema, el número de microestados será:

$$\Omega = \frac{V_{\Gamma}}{h^f}$$

- La relación entre los puntos de vista clásico y cuántico es un elemento de volumen  $h^f$