% %Examen de Prácticas Navideño

Tomás Martín Hernández

Iniciada: 16 de febrero de 2009 12:22

Preguntas: 5

Prácticas de Métodos Numéricos

Prof. Tomás Martín

1.

(Puntos: 1)

Importante: El separador decimal en el programa WebCT es la coma . Así, menos doce con treinta y cuatro se escribe -12,34 . Se pide, teniendo en cuenta lo anterior, decir cómo se introduce la respuesta menos doce con treinta y cuatro en WebCT:

- a. -12,34
- b. -12'34
- c. -12.34

Guardar respuesta

2.

(Puntos: 40)

Consideramos las matrices

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{vmatrix}; \qquad B=A^{-1}$$

Se pide calcular el elemento (3,4), tercera fila cuarta columna, de la matriz B. Poner, con cuatro cifras decimales y cometiendo un error menor a la milésima, la solución en el recuadro siguiente:

Respuesta

Guardar respuesta

3.
(Puntos: 40)

Para x en el intervalo [0,3], resolver la ecuación

$$x\, e^{x/2} = 2$$

Escribir el resultado, con cuatro decimales y cometiendo un error menor a la centésima, en el siguiente recuadro:

Respuesta

Guardar respuesta

4.
(Puntos: 60)

La tolerancia en el error para el presente ejercicio es de una milésima. De la intensidad de corriente i(t) que circula por un circuito eléctrico se sabe que su medida en amperios viene dada, en función del tiempo t, por la función:

$$i(t)=3{,}8\cdot e^{-9{,}5\,t}+1.34\cdot \mathrm{sen}(50\quad t-1.11); \qquad t \text{ en segundos}$$

Escribir con cuatro cifras decimales y en amperios, la máxima intensidad que soporta el circuito, es decir, el máximo de la función $|i(t)|$, es decir, el máximo del valor absoluto de la intensidad.

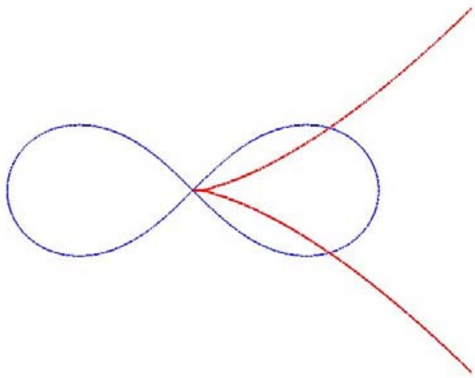
Respuesta

Guardar respuesta

5.
(Puntos: 59)

Para x,y en el intervalo [-2,2] y cometiendo un error menor a una milésima. Se pide calcular el único punto $p=(x_1,y_1)$ del primer cuadrante, distinto del origen, que es intersección de las curvas expresadas y dibujadas debajo. C_1 está dibujada en rojo. Escribir en el recuadro el valor de x_1 con cuatro cifras decimales.

$$C_1 : 3y^2=x^3; \quad C_2 : (x^2+y^2)^2=5(x^2-y^2);$$



Respuesta

Guardar respuesta

Examen de Navidad. Teoría de Métodos Numéricos.

Teoría.

1. Sea $\|x\|$ una norma en $\mathbb{R}^n$. Dada una matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$, se pide definir su norma matricial, $\|A\|$, inducida por $\|x\|$. Demostrar que se verifica:

a) $\|Ax\| \leq \|A\| \, \|x\|, \quad A \in M_n(\mathbb{R}), x \in \mathbb{R}^n.$

b) $\|A\| = 0 \Leftrightarrow A = 0, \quad A \in M_n(\mathbb{R}).$

c) $\|AB\| \leq \|A\| \, \|B\|, \quad A, B \in M_n(\mathbb{R}).$

2. Sea $f(x)$ una función infinitamente derivable en el intervalo (a, b) y $\alpha \in (a, b)$ un cero simple de f ($f'(\alpha) \neq 0$). Describir el método de Newton (o de las tangentes) para calcular α y demostrar que la convergencia de dicho método es cuadrática.

Ejercicios.

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, se pide calcular $\|A\|_1$, $\|A\|_\infty$ y $\|A\|_2$.

2. Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) Calcular el polinomio característico de A, $q(X)$, y la matriz de Kovalewski, M, asociada a $q(X)$.
b) Dar cotas para las raíces de $q(X)$ usando los discos de Gershgorin asociados a A y a M.
c) Calcular el radio espectral de A, $\rho(A)$, y deducir si A es convergente.

% %Examen Final de Prácticas de Febrero

Tomás Martín Hernández

Iniciada: 16 de febrero de 2009 12:31

Preguntas: 8

Prácticas de Métodos Numéricos

Prof. Tomás Martín

1.
(Puntos: 1)

Importante: El separador decimal en el programa WebCT es la coma . Así, menos doce con treinta y cuatro se escribe -12,34 . Se pide, teniendo en cuenta lo anterior, decir cómo se introduce la respuesta menos doce con treinta y cuatro en WebCT:

- a. -12.34
- b. -12,34
- c. -12'34

Guardar respuesta

2.
(Puntos: 59)

Con una tolerancia de la milésima, se pide obtener la única solución $s=(s_1,s_2,s_3,s_4)$ del sistema expresado a continuación y escribir en el recuadro el valor de s_1.

$$\left|\begin{array}{rcl} 0.63x_1+1.00x_2+0.71x_3+0.34x_4 &=& 2,70 \\ 1.17x_1+0.18x_2-0.65x_3+0.71x_4 &=& 3,82 \\ 2.71x_1-0.75x_2+1.17x_3-2.35x_4 &=& 1.28 \\ 3.58x_1+0.28x_2-3.45x_3-1.18x_4 &=& 0.05 \end{array}\right. ;$$

Respuesta

Guardar respuesta

3.
(Puntos: 50)

Consideramos las matrices

$$A=\begin{vmatrix} 2 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \; ; \qquad B=A^{-1}$$

Se pide calcular el elemento (3,5), tercera fila quinta columna, de la matriz B. Poner, con cuatro cifras decimales y cometiendo un error menor a la milésima, la solución en el recuadro siguiente:

Respuesta

Guardar respuesta

4.
(Puntos: 90)

Para x,y en el intervalo [-3,3] consideramos las curvas

$$\left| \begin{array}{l} C_1 \;:\; -4x(x+1)(x-1) = y^2 \\ C_2 \;:\; y^2-2x^2 y-x^3 = 0 \end{array} \right.$$

Se pide calcular el único punto p=(r,s) del primer cuadrante distinto del origen que se encuentra en la intersección de las curvas C_1, C_2. Escribir en el siguiente recuadro, con cinco decimales y cometiendo un error menor a una diezmilésima el valor de r.

Respuesta

Guardar respuesta

5.
(Puntos: 60)

Para x en el intervalo [0,3], resolver la ecuación

$$x\, e^{x/6} = 4$$

Escribir el resultado, con cuatro decimales y cometiendo un error menor a la centésima, en el siguiente recuadro:

Respuesta

Guardar respuesta

6.
(Puntos: 40)

Consideramos la siguiente tabla de datos:

$\mathbf{x_i}$	0.00	0.50	1.00	1.50	2.00
$\mathbf{f_i}$	2.30	1.52	4.32	6,98	8,94

Calcular la función polinómica $f(x)=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ que verifique $f(x_i)=f_i$, para cada x_i. Escribir, con cuatro decimales y cometiendo un error menor a la milésima, el valor de a_3 en el siguiente recuadro:

Respuesta

Guardar respuesta

7.
(Puntos: 35)

En un sistema cartesiano de referencia y utilizando como unidad de medida el metro, consideramos el recinto encerrado entre el eje de abscisas, OX, las rectas $x=-50$, $x=50$, y la curva de ecuación

$$y = 3 / (x^2+3)$$

Se pide, calcular el área del citado recinto y escribir su valor cometiendo un error menor a una milésima de metro cuadrado.

Respuesta

Guardar respuesta

8.
(Puntos: 65)

Sea $x(t)$ la única solución de la ecuación diferencial

$$\left|\begin{array}{r} \dfrac{d^2x}{dt^2}(t)+(x(t)^2-1)\dfrac{dx}{dt}(t)+x(t) = 0 \\ x(0) = 1,8 \\ \dfrac{dx}{}(0) = 3,0 \end{array}\right.$$

| dt
|

Para t en el intervalo [0,10], se pide calcular el valor máximo de la función |x(t)|. Escribir con tres cifras decimales y cometiendo un error menor a la centésima, dicho valor máximo en el recuadro siguiente

Respuesta

Guardar respuesta

Examen Final de Febrero. Teoría de Métodos Numéricos

Teoría. Elegir una opción (a ó b) en cada pregunta.

1. a) Se considera el sistema de ecuaciones lineales $Ax = b$. Describir los métodos iterativos de resolución de Jacobi y Gauss-Seidel y demostrar que el primero converge cuando A es una matriz diagonal dominante.

b) Sea $f(x)$ una función infinitamente derivable en el intervalo (a, b) y $\alpha \in (a, b)$ un cero simple de f ($f'(\alpha) \neq 0$). Describir el método de Newton (o de las tangentes) para calcular α y demostrar que la convergencia de dicho método es cuadrática.

2. a) Consideremos la partición $a = x_0 < x_1 = a + h < x_2 = a + 2h = b$, de $[a, b]$. Obtener la fórmula de derivación aproximada:

$$f_0' \approx \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h}$$

donde $f_0' = f'(x_0)$ y $f_i = f(x_i)$.

b) Sea f una función infinitamente derivable en el intervalo $[-h/2, h/2]$. Demostrar que se tiene la fórmula de los rectángulos local:

$$\int_{-h/2}^{h/2} f(x)\,dx = hf_0 + \frac{h^3}{24} f''(\xi), \quad (\xi \in [-h/2, h/2]).$$

Ejercicios.

1. Consideremos el sistema de ecuaciones $Ax = b$, donde A es la matriz

$$\begin{pmatrix} a & -1 & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 & -1 \\ -1 & -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & -1 & a \end{pmatrix} \qquad (a \in \mathbb{R})$$

Hallar la matriz H_J asociada al método de resolución de Jacobi y calcular su radio espectral. Deducir que H_J converge precisamente si A es diagonal-dominante.

2. En el intervalo $[-1, 1]$ se considera la función $f(x) = 1 - x^4$. Calcular el polinomio de Hermite $H(x)$ asociado a f con datos $\{f(-1), f'(-1); f(1), f'(1)\}$. Calcular los errores absoluto y relativo que se cometen al sustituir $f(x)$ por $H(x)$ en $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

3. En el intervalo $[0, 2]$ se considera la ecuación diferencial

$$\begin{cases} x'(t) = \operatorname{sen}(\pi t x) \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Trazar la poligonal que resulta al aplicar el método de Euler a dicha ecuación, respecto de la partición $\{t_0 = 0, t_1 = 1/2, t_2 = 1, t_3 = 3/2, t_4 = 2\}$.

% %Examen Final de Prácticas de Septiembre

Tomás Martín Hernández

Iniciada: 16 de febrero de 2009 12:27

Preguntas: 7

Prácticas de Métodos Numéricos

Prof. Tomás Martín

1.

(Puntos: 1)

Importante: El separador decimal en el programa WebCT es la coma . Así, menos doce con treinta y cuatro se escribe -12,34 . Se pide, teniendo en cuenta lo anterior, decir cómo se introduce la respuesta menos doce con treinta y cuatro en WebCT:

a. -12'34

b. -12.34

c. -12,34

Guardar respuesta

2.

(Puntos: 59)

Consideramos el sistema cuadrado de orden 9 definido por la igualdad:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & -1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{vmatrix}$$

| –1 2 | | x_9 | | 1 |
| | | | | |

Determinar la única solución $s=(x_1,\dots, x_9)$ de dicho sistema y escribir, con cuatro cifras decimales y cometiendo un eror menor a la milésima, el valor de la componente 7ª de s en el siguiente recuadro, es decir, el valor de x_7:

Respuesta

Guardar respuesta

3.
(Puntos: 60)

Para x en el intervalo [0,1], resolver la ecuación:

$$e^{2\,\mathrm{tg}\,x} - 5x = 2$$

Escribir el resultado, con cuatro decimales y cometiendo un error menor a la milésima, en el siguiente recuadro:

Respuesta

Guardar respuesta

4.
(Puntos: 75)

Para x,y en el intervalo [-6,6] consideramos las curvas

$$\left| \begin{array}{lll} C_1 & : & (y-1)^2 + 4\,x\,(x^2-4) = 0 \\ C_2 & : & (x+y^2/5)\cdot \ln|y/2+8| + 2 = 6 \end{array} \right.$$

Se pide calcular el único punto p=(r,s) del segundo cuadrante que se encuentra en la intersección de las curvas C_1, C_2. Escribir en el siguiente recuadro, con cinco decimales y cometiendo un error menor a una diezmilésima el valor de s.

Respuesta

Guardar respuesta

5.
(Puntos: 65)

Consideramos la siguiente tabla de datos:

$\mathbf{x_i}$	1.00	2.00	2.50	3.00
$\mathbf{f_i}$	1.00	3,25	6,25	12.75

Calcular la función polinómica $f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ que verifique $f(x_i)=f_i$, para cada uno de los puntos x_i. Escribir, con cuatro decimales y cometiendo un error menor a la milésima, el valor de a_2 en el siguiente recuadro.

Respuesta

Guardar respuesta

6.
(Puntos: 65)

Sea y(x) la única función real que es solución de la ecuación diferencial:

$$x^2\, y^{2)} + 2\, x\, y^{1)} - 2y = -4\ln(x)$$
$$y(1) = 2$$
$$y^{1)}(1) = -3$$

Se pide, calcular y(3) y escribirlo con tres cifras decimales, cometiendo un error menor a la centésima, en el siguiente recuadro:

Respuesta

Guardar respuesta

7.
(Puntos: 75)

Sea x(t) la única solución de la ecuación diferencial

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{dx}{dt}(t) = \mathrm{sen}(t\,x) \\ x(0) = 2{,}0 \end{array}\right.$$

Para t en el intervalo [0,20], se pide escribir en el siguiente recuadro, con tres cifras decimales y cometiendo un error menor a la centésima, el único valor t_0 para el cual se verifica $2 \cdot x(t_0) = 3{,}0$:

Respuesta

Guardar respuesta

Examen de Septiembre. Teoría de Métodos Numéricos

Teoría.

1. Método de las cuerdas y método de las tangentes para el cálculo de ceros de funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$.

2. Consideremos la partición $a = x_0 < x_1 = a + h < x_2 = a + 2h = b$, de $[a, b]$. Obtener la fórmula de derivación aproximada:

$$f_0' \approx \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h}$$

donde $f_0' = f'(x_0)$ y $f_i = f(x_i)$.

Ejercicios.

1. Consideremos el sistema de ecuaciones $Ax = b$, donde A es la matriz

$$\begin{pmatrix} a & -1 & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 & -1 \\ -1 & -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & -1 & a \end{pmatrix} \qquad (a \in \mathbb{R})$$

Hallar la matriz H_J asociada al método de resolución de Jacobi y calcular su radio espectral. Deducir que H_J converge precisamente si A es diagonal-dominante.

2. En el intervalo $[0, 2]$ se considera la ecuación diferencial

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^2 - t^2 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Trazar la poligonal que resulta al aplicar el método de Euler a dicha ecuación, respecto de la partición $\{t_0 = 0, t_1 = 1/2, t_2 = 1, t_3 = 3/2, t_4 = 2\}$.