

Problemas Estadística I

Curso 2015-2016

CAPÍTULO 1

Problema 1.1

Dados los siguientes contextos, indicar la población, la variable objeto de estudio, así como su clasificación atendiendo a la naturaleza y a la escala:

- Nacionalidad de los estudiantes que viven en una residencia universitaria.
- Edad de los alumnos de un curso online de mecanografía.
- Importe de los pedidos realizados a una empresa de suministros de automoción.
- Grado de las lesiones musculares sufridas por un grupo de deportistas de élite.
- Número de ríos que pasan por las ciudades de un determinado país.
- Satisfacción con la atención médica recibida en un hospital público.

Problema 1.2

Como consecuencia de un apagón eléctrico, no se ha grabado correctamente cierta información relativa a los días de vacaciones disfrutados por los trabajadores de una empresa, tal y como se puede observar en la siguiente tabla:

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
6	?	?	0,1	?
8	?	5	?	?
11	6	?	?	?
12	3	?	?	?
13	?	19	?	?
19	?	20	?	?

- Completar la distribución de frecuencias e interpretar los elementos de la misma.
- Representar gráficamente la distribución.

Problema 1.3

La siguiente tabla recoge el tiempo dedicado al estudio de una prueba de evaluación continua, expresado en horas, por un grupo de 20 alumnos:

3	5	1	6	4
7	12	6	11	3
7	8	4	8	9
4	3	2	5	8

- Obtener la distribución de frecuencias agrupada en seis intervalos de igual amplitud (abiertos a la izquierda y cerrados a la derecha) tomando como extremo inferior del primer intervalo un tiempo de 0 horas.
- Obtener la distribución de frecuencias agrupada en los siguientes intervalos: $[1,3)$, $[3,6)$, $[6,10)$ y $[10,12]$.
- Representar gráficamente las distribuciones de los apartados anteriores.

CAPÍTULO 2

Problema 2.1

Los trabajadores de una librería reciben un salario mensual fijo de 1165 euros y una cantidad variable en función del número de libros que venden cada mes. De esta forma, el dueño del negocio premia la productividad de sus empleados incrementándoles el salario mensual en 75 euros por cada ejemplar vendido. En la siguiente tabla se recoge el número de libros vendidos por los trabajadores durante el mes pasado:

Libros	Trabajadores
10	1
20	4
30	5
40	2
60	8

- Calcular el número medio de ejemplares vendidos el mes pasado por los trabajadores de la librería.
- Obtener el salario medio percibido por estos trabajadores el mes pasado.
- Hallar la mediana del número de ejemplares vendidos el pasado mes.
- ¿Cuántos libros debe vender un trabajador como mínimo para encontrarse dentro del 20 por ciento de los mejores vendedores?
- Obtener la desviación típica de los salarios de los trabajadores.

Problema 2.2

La empresa responsable del cuidado de los espacios verdes de una ciudad riega diariamente nueve jardines con un área entre 155 y 215 metros cuadrados; otros cinco de entre 215 y 437 metros cuadrados y tres con una superficie inferior a 155 metros cuadrados.

- Obtener la superficie media de los jardines.
- Determinar una superficie de referencia tal que la mitad de los jardines sean más grandes que ella.
- Hallar la superficie más habitual del conjunto de jardines.
- ¿Cuál es la superficie máxima del 74 por ciento de los jardines más pequeños?

Problema 2.3

Un organismo público va a conceder ayudas a las empresas que más apuesten por el desarrollo de actividades de I+D+i. En la siguiente tabla se recoge el número de solicitudes presentadas, así como la cantidad invertida en dichas actividades el pasado año, expresada en miles de euros:

Inversión	Solicitudes
0-1	11
1-3	22
3-5	7
5-6	15

- Si se otorgan ayudas al 26 por ciento de las empresas que más invierten, calcular la cantidad mínima que debe invertir una empresa para percibir la ayuda.
- Calcular la inversión máxima del 60 por ciento de las empresas que menos invirtieron.
- Obtener el porcentaje de solicitudes cuya inversión es inferior a 4000 euros.
- Hallar el porcentaje de solicitudes cuya inversión se encuentra entre 500 y 2000 euros.

Problema 2.4

Una empresa de mudanzas opera en las zonas Este y Oeste de la región. La siguiente tabla recoge los beneficios, expresados en miles de euros, de los servicios de traslado realizados en la zona Este durante la última semana:

Beneficios	Traslados
0,0-0,5	9
0,5-1,7	16
1,7-2,3	2

- Hallar el beneficio medio que obtiene la empresa de mudanzas por traslado en la zona Este.
- Determinar el beneficio mínimo del 23 por ciento de los traslados más rentables.
- Si en la zona Oeste la empresa ha realizado 32 traslados, con un beneficio medio de 1200 euros y una desviación típica de 600 euros, ¿cuál es el beneficio medio por traslado que obtiene esta empresa en la región?
- ¿En qué zona es más representativo el beneficio medio por traslado que obtiene la empresa?

Problema 2.5

La siguiente tabla recoge el importe de las facturas telefónicas recibidas, expresadas en euros, en dos organismos públicos durante el último año:

Importe	Facturas organismo 1	Facturas organismo 2
0-50	3	1
50-90	5	4
90-120	8	9
120-165	7	8
165-198	6	2

- ¿En qué organismo el importe medio de las facturas es más representativo?
- ¿Entre qué dos valores oscila el 50 por ciento central de los importes de las facturas recibidas en el organismo 1?
- Si se consideran conjuntamente ambos organismos, ¿cuál es la importe mínimo del 42 por ciento de las facturas de mayor cuantía?

Problema 2.6

Los alumnos de sexto curso de un centro de educación primaria están distribuidos en tres grupos: A, B y C. La siguiente tabla recoge el número de alumnos en cada grupo, la nota media obtenida en el examen global de Historia, así como la desviación típica de las calificaciones:

Grupo	Número de alumnos	Nota media	Desviación típica
A	23	6,2	0,99
B	36	8,0	1,33
C	21	5,3	0,62

- a) Si el mejor alumno del grupo A ha obtenido un 9,5, la calificación más alta en el grupo B ha sido un 8,75 y el mejor del grupo C ha sacado un 9,25, ¿a qué grupo pertenece el mejor alumno en términos relativos?
- b) De los resultados obtenidos se concluye que la nota media del curso es de 6,5, ¿qué opinión estadística te merece esta afirmación?

CAPÍTULO 3

Problema 3.1

En la siguiente tabla se recoge información sobre el número de kilómetros recorridos por un modelo de neumático para bicicletas antes de que se haya producido el primer pinchazo en el mismo:

Kilómetros	Neumáticos
22	6
43	2
76	5
112	7

- a) Calcular el coeficiente de asimetría de Fisher.
- b) Obtener el coeficiente de asimetría de Yule-Bowley.
- c) Hallar el coeficiente de curtosis.

Problema 3.2

En la siguiente tabla se muestra el número de respuestas correctas que un grupo de adolescentes obtuvo en una prueba de rendimiento académico:

Respuestas correctas	Adolescentes
26	4
43	6
61	1
79	8
94	5

- a) Calcular el índice de Gini.
- b) Representar la curva de Lorenz.

Problema 3.3

Un grupo de expertos en turismo desean estudiar la capacidad hotelera de la ciudad. Si los 7 hoteles de la ciudad cuentan con 42, 35, 56, 105, 72, 23 y 109 habitaciones, respectivamente:

- a) Hallar el índice de Gini y representar la curva de Lorenz.
- b) Suponiendo que se duplica la oferta de habitaciones de todos los hoteles, ¿cuál es el índice de Gini de la nueva distribución?

CAPÍTULO 4

Problema 4.1

La siguiente tabla refleja las calificaciones que 9 alumnos han obtenido en el primer y en el último examen que han realizado en la carrera:

Primer examen	Último examen
6	8
2	5
5	5
7	6
6	7
7	7
9	6
9	10
3	6

- a) Representar los datos anteriores en forma de tabla de doble entrada.
- b) Obtener la distribución marginal de las calificaciones del primer examen.
- c) Obtener la distribución de las calificaciones obtenidas en el primer examen de aquellos alumnos que obtuvieron un 5 en el último examen.
- d) ¿Son estadísticamente independientes las calificaciones del primer y último examen?

Problema 4.2

La siguiente tabla refleja el peso, expresado en kilos y la altura, expresada en centímetros de 5 deportistas de alto rendimiento:

Peso	Altura
65	172
82	184
78	176
91	195
53	152

- a) Hallar la media de las variables objeto de estudio.
- b) Obtener la covarianza entre ambas variables.
- c) Calcular el coeficiente de correlación lineal e interpretar el resultado.

Problema 4.3

Se considera la siguiente distribución de frecuencias bidimensional:

$x_i \backslash y_j$	6	7
5	3	k
3	2	6

Obtener el valor de k que hace que las variables X e Y sean independientes.

Problema 4.4

La siguiente tabla recoge las capturas de una clase de pescado, expresadas en toneladas, y el precio de subasta en lonja, expresado en euros por kilo, de una cofradía de pescadores durante la temporada pasada:

Capturas \ Precio	1,5-2,5	2,5-6
9-11	5	4
11-18	1	6
18-25	3	2

- Calcular la captura y el precio medio.
- Hallar la varianza de ambas variables y la covarianza.
- Calcular el coeficiente de correlación lineal.
- En la presente temporada se ha recogido la misma información en la cofradía de pescadores, observándose que, mientras que las capturas se habían reducido un 3 por ciento, el precio de subasta en lonja se había incrementado un 2 por ciento. ¿Cuál será ahora la captura y el precio medio? Apoyándote en el concepto de covarianza, ¿existe ahora relación lineal entre ambas variables?
- Obtener la captura más habitual de los pescados más baratos en la subasta de la lonja.

CAPÍTULO 5

Problema 5.1

Se ha realizado un estudio entre las familias de una comunidad de vecinos para conocer la relación que existe entre los ingresos (X) y el gasto en lectura (Y). Se sabe que la distribución de ingresos mensuales tiene una media de 1250 euros, siendo ésta de 165 euros para la distribución del gasto en lectura. Además, las desviaciones típicas de ambas distribuciones coinciden y el coeficiente de correlación lineal entre X e Y es de 0,8.

- a) Obtener la ecuación lineal que exprese la dependencia estadística del gasto en lectura en función de los ingresos.
- b) ¿Qué gasto tendrá una familia cuyos ingresos mensuales ascienden a 1125 euros?

Problema 5.2

La Dirección General de Tráfico dispone de la siguiente información acerca de la antigüedad del permiso de conducción, expresada en años (X) y el número de infracciones cometidas (Y) de un conjunto de conductores:

Antigüedad \ Infracciones	1-3	3-5	5-9
0-8	1	0	2
8-10	0	3	1
10-15	6	2	0

- a) Obtener la recta de regresión del número de infracciones cometidas sobre la antigüedad del permiso de conducción.
- b) Estimar el número de infracciones que cometería un trabajador que sacó el permiso de conducción hace 24 meses.
- c) ¿Es fiable la estimación del apartado anterior?

Problema 5.3

Una asociación cultural ha realizado un estudio con objeto de conocer si los ingresos de las principales galerías de arte de la región se van reduciendo de acuerdo a la antigüedad de la exposición que acogen. Tras efectuar diversos cálculos de rentabilidad económica, se ha llegado a la conclusión de que si los ingresos de las galerías son inferiores a 4000 euros, sería conveniente renovar la exposición.

La siguiente tabla muestra el ingreso de las galerías el pasado año, expresado en miles de euros, así como la antigüedad de la exposición que albergan, expresada en días:

Galerías	Ingresos	Antigüedad
2	2,0	112
15	1,2	256
10	2,6	198
5	4,5	112
5	4,5	256

Suponiendo una relación lineal entre las dos variables:

- a) ¿Es rentable mantener una exposición durante 125 días?
- b) ¿Hasta qué punto es fiable la conclusión obtenida en el apartado anterior?

Problema 5.4

En la siguiente tabla se recoge la información recogida en un concesionario acerca del número de coches vendidos en un año (X) y de la antigüedad en la empresa de sus comerciales, expresada en años (Y):

Coches vendidos \ Antigüedad	0-2	2-4	4-6
0-4	23	1	0
4-8	2	2	0
8-12	1	8	7

- a) Suponiendo una relación lineal entre las variables, estimar el número de coches que vendería un comercial que lleve 3 años y medio en la empresa.
- b) ¿Es fiable el resultado obtenido en el apartado anterior?

Problema 5.5

Comprobar si las siguientes rectas son pares de rectas de regresión. En caso afirmativo, identificar cada una de ellas y obtener el coeficiente de correlación lineal:

- (1) $\{x = 5; y = -3\}$
- (2) $\{x - y = 2; x + y = 3\}$
- (3) $\{4y + x = 5; x - 2y = -3\}$
- (4) $\{6y = x + 1; 2x + y = 3\}$

Problema 5.6

Las rectas de regresión que mejor recogen la relación entre la antigüedad (X) y el salario mensual, expresado en miles de euros, (Y) de los trabajadores de una empresa son las siguientes:

- (1) $Y = -0,5 - 1,5X$
- (2) $Y = 0,88 + 0,45X$

- a) Obtener el salario medio de los trabajadores de dicha empresa.
- b) ¿Cuál es la recta de regresión de Y sobre X ?
- c) Determinar si existe relación lineal entre ambas variables.

CAPÍTULO 6

Problema 6.1

Un grupo de psicopedagogos desea conocer la relación que existe entre la práctica de deporte y el rendimiento escolar de los niños a los 10 años. Para ello, dispone de la información que se muestra en la siguiente tabla:

Deporte \ Rendimiento	Alto	Bajo	Total
Sí	?	12	100
No	23	?	?
Total	?	?	250

- a) Completar la tabla de contingencia.
- b) Estudiar la dependencia entre los atributos mediante el coeficiente básico de dependencia y el coeficiente de asociación Q de Yule.

Problema 6.2

Una encuesta realizada a alumnos del Grado en Bellas Artes acerca de sus preferencias artísticas y escénicas ha arrojado los siguientes resultados:

Artísticas \ Escénicas	Teatro	Danza	Total
Pintura	125	98	223
Escultura	13	268	281
Total	138	366	504

Estudiar la dependencia entre ambos atributos.

Problema 6.3

El Departamento de Marketing de una empresa está compuesto por 180 trabajadores, de los cuales 100 son hombres y el resto mujeres. Entre los hombres, el 55 por ciento obtiene un salario igual o inferior a 1105 euros y el 40 por ciento un salario entre 1105 y 1406 euros. Entre las mujeres, el 40 por ciento percibe un salario igual o inferior a 1105 euros y el 30 por ciento un salario superior a 1406 euros.

Estudiar la asociación entre el sexo y el salario mediante el Estadístico *chi-cuadrado*.

Problema 6.4

El Servicio Cántabro de Empleo ha realizado una encuesta sobre la situación laboral de 15 titulados universitarios y 25 titulados en formación profesional, obteniéndose que el 80 por ciento de los titulados en formación profesional se encuentran ocupados. Por otra parte, del total de individuos, el 30 por ciento están en paro.

- a) Estudiar la asociación entre la titulación y la situación laboral.
- b) El Servicio Cántabro de Empleo ha decidido añadir al estudio 10 individuos sin ninguna titulación, estando 6 de ellos en el paro. Estudiar la asociación entre la titulación y la situación laboral teniendo en cuenta estos nuevos datos utilizando todas las medidas vistas en el capítulo (Estadístico *chi-cuadrado*, coeficiente de contingencia, coeficiente V de Cramer y coeficiente T de Tschuprov).

Problema 6.5

Un grupo de las Fuerzas Armadas desea saber si existe relación entre el rango militar de sus miembros y el número de misiones a las que han sido destinados en los últimos dos años. La información acerca de estas dos variables se recoge en la siguiente tabla:

Miembro	Rango militar*	Misiones
1	Coronel	1
2	Teniente Coronel	3
3	Capitán	2
4	Brigada	5
5	Sargento	4
6	Cabo	8
7	Soldado	10

(*) La variable "Rango militar" está ordenada de mayor a menor rango.

¿Qué tipo de relación existe entre ambas variables?

Problema 6.6

Un docente está convencido de que los alumnos que mejor calificación obtienen en su asignatura son aquellos que más asisten a sus clases. Sin embargo, en una encuesta realizada al finalizar el curso, los estudiantes han manifestado que la asistencia a clase no es importante para obtener una buena calificación. Considerando la información de la siguiente tabla:

Alumno	Calificación	Faltas de asistencia
1	8	4
2	3,5	7
3	4	6
4	6	2
5	7	3
6	10	0
7	9	1
8	5	5

Determinar si la afirmación del docente está fundamentada estadísticamente.

Problema 6.7

Una empresa que se dedica al diseño de aplicaciones software considera que no sólo es importante la formación de sus trabajadores, sino que resulta fundamental que el trato con los clientes sea adecuado. En la siguiente tabla se recoge información sobre la cualificación técnica de sus trabajadores, y el grado de satisfacción que el cliente más importante de la empresa tiene en relación a la atención recibida por cada uno de ellos:

Trabajador	Cualificación	Grado de satisfacción del cliente
1	Ingeniero	Muy alto
2	Ingeniero	Muy alto
3	Ingeniero técnico	Medio
4	Ingeniero	Muy bajo
5	Técnico	Bajo
6	Técnico	Alto

¿Existe relación entre las dos características que más valora esta empresa? Justificar estadísticamente la respuesta en base al coeficiente de correlación por rangos de Spearman.

CAPÍTULO 7

Problema 7.1

La nota media de los alumnos de una facultad al terminar el curso, durante el periodo 2009-2013 ha sido la siguiente:

Años	Nota
2009	4,5
2010	5,5
2011	6,1
2012	6,5
2013	7,2

- a) Hallar los índices simples de la nota para cada año, con base en 2009.
- b) Obtener los índices en cadena de la nota para cada año.
- c) Calcular las tasas de variación relativa de la nota para cada año.
- d) Determinar la tasa media acumulativa de la nota en el periodo 2009-2013.

Problema 7.2

La cantidad de cemento, expresada en toneladas, que una constructora ha empleado en el periodo 2009-2013, junto con los índices, que recogen la variación experimentada por la cantidad de cemento en el sector de la construcción para cada año, aparecen recogidos en la siguiente tabla:

Años	Cantidad	Índices
2009	520	100
2010	605	105
2011	702	110
2012	845	115
2013	968	120

- a) ¿Cuál es el año de referencia considerado?
- b) Analizar la evolución de la cantidad de cemento en términos reales.

Problema 7.3

La evolución del precio de unas zapatillas deportivas durante el periodo 2008-2013, expresado en euros corrientes, así como los correspondientes índices de precios del mercado para cada año, se muestran en la siguiente tabla:

Años	Precios	Índices
2008	18	100
2009	19	112
2010	22	115
2011	25	122
2012	30	134
2013	42	146

Obtener la evolución en términos constantes, con base en 2010.

Problema 7.4

El salario mensual de los trabajadores de una fábrica aumentó entre 2010 y 2011 en un 25 por ciento y entre 2011 y 2012 en un 30 por ciento. Como consecuencia de la crisis, el salario se vio reducido en un 10 por ciento entre 2012 y 2013.

- a) Hallar los índices simples de los salarios para cada año, con base en 2010.
- b) Obtener las tasas de variación relativa de la facturación para cada año.
- c) Determinar la tasa media acumulativa de los índices calculados en el apartado a).
- d) Sabiendo que el salario medio de los trabajadores de dicha empresa fue de 1800 euros en 2012 y que el índice de precios al consumo del país para el año 2013 con base en 2012 fue de 115, ¿cuál debe ser el salario medio de los trabajadores en 2013 para que no pierdan poder adquisitivo?

Problema 7.5

Un estudiante ha firmado un contrato de alquiler para los cuatro años que estima que va a tardar en terminar su carrera universitaria. Si el contrato que se formalizó en 2011, fijando un alquiler mensual de 626 euros, se actualiza año a año en función del Índice de Precios al Consumo (IPC) recogido en la siguiente tabla:

Años	IPC
2011	96
2012	100
2013	105
2014	107

¿Cuál será la cuota mensual de alquiler en 2014?

CAPÍTULO 8

Problema 8.1

Durante el pasado curso académico, el 67 por ciento de los alumnos de primer año del Grado en Economía aprobaron inglés, el 55 por ciento aprobaron estadística y el 46 por ciento aprobaron las dos asignaturas. Si elegimos un estudiante del curso al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el alumno no haya aprobado ninguna de las dos asignaturas?

Problema 8.2

En una empresa formada por 30 trabajadores, 12 de ellos tienen los ojos marrones.

- a) Si se elige un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga los ojos marrones?
- b) Sabiendo que actualmente hay cinco personas con los ojos azules disfrutando de sus vacaciones, ¿cuál es la probabilidad de que un trabajador elegido al azar tenga los ojos marrones?

Problema 8.3

Una tienda de antigüedades dispone de 105 relojes de hace tres siglos, de los cuales 9 presentan un defecto. Si un cliente adquiere cinco ejemplares sin darse cuenta de si están defectuosos o no, ¿cuál es la probabilidad de que compre algún reloj defectuoso?

Problema 8.4

Sean A , B y C tres sucesos mutuamente independientes con probabilidades:

$$Pr(A) = 0,3; Pr(B) = 0,2; Pr(C) = 0,4.$$

Calcular las probabilidades siguientes:

- a) $Pr(A \cap B \cap C)$.
- b) $Pr(A^c \cap B \cap C)$.
- c) $Pr(A^c \cap B^c \cap C^c)$.

Problema 8.5

Un equipo médico dispone de tres aparatos electrónicos para realizar una prueba diagnóstica a sus pacientes. En el 20 por ciento de las consultas el equipo utiliza el primer aparato, en el 45 por ciento el segundo y en el 35 por ciento el tercero. Además, se sabe que los aparatos no funcionan correctamente el 2, el 3 y el 5 por ciento de las veces que se utilizan, respectivamente.

Si un paciente acude a la consulta de este equipo médico:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario repetir la prueba?
- b) Si la prueba es errónea, ¿cuál es la probabilidad de que el equipo médico haya empleado el segundo aparato?