ANÁLISIS DEL MERCADO DE VALORES (3º GADE)

PARTE II: TEORÍAS Y TÉCNICAS DE EVALUACIÓN DE INVERSIONES.

TEMA 4: TEORÍA DE LA FORMACIÓN DE CARTERAS

ÍNDICE DE CONTENIDOS

- Método expositivo
- Resolución de problemas
- Cuestiones teóricas de consolidación de conocimientos
- Práctica de laboratorio: formación de la frontera eficiente (The investment portfolio)

LA EFICIENCIA DEL MERCADO

- Un mercado eficiente es aquel en el que los precios formados en el mismo reflejan de forma insesgada, por completo y en todo momento toda la información disponible.

- Los mercados son eficientes cuando el precio formado por la oferta y la demanda de los diferentes agentes es una buena estimación del valor real del activo negociado.

- En el mercado los precios de los títulos fluctúan aleatoriamente en torno a su valor intrínseco, ajustándose a la nueva información disponible siguiendo un “camino aleatorio”

- La eficiencia del mercado está en función de la cantidad y la velocidad con la que el precio de los activos incorpora la información que se genera en el mercado.

HIPÓTESIS DE EFICIENCIA

- **Hipótesis de eficiencia débil:** los precios de los títulos recogen toda la información histórica relativa a precios y volumen negociado

- **Hipótesis de eficiencia semifuerte:** los precios de los títulos recogen toda la información pública, tanto referente a la economía en general como al propio título

- **Hipótesis de eficiencia fuerte:** los precios de los títulos recogen toda la información relevante, tanto pública como privada

LA EFICIENCIA DEL MERCADO

Forma fuerte: toda la información.

No es posible obtener rendimientos extraordinarios.

Forma semifuerte: información pública.

Sólo rendimientos extraordinarios si se posee información privilegiada

Forma débil:

información histórica (precios y volumen).

HIPÓTESIS DE EFICIENCIA

Ejemplos:

FORMA DÉBIL	✓Al inicio de la sesión del pasado jueves el precio de inditex bajo 25 céntimos. ✓El mes de Julio el IGBM experimentó una subida de un 12%. ✓El volumen que se negoció en la Bolsa de Madrid fue escaso en el día de hoy
FORMA SEMIFUERTE	✓En BCE revisó ayer a la baja una décima las previsiones de crecimiento de la zona euro. ✓El ratio de endeudamiento de Telefónica se situó el año pasado en un 45%. ✓Un informe del Banco de España prevé una bajada de los tipos de interés.
FORMA FUERTE	✓El equipo directivo del Santander está preparando de forma secreta una oferta pública de adquisición sobre el Banco Popular. ✓Los geólogos de Repsol ypf han entregado hoy a sus directivos un informe sobre el agotamiento de varios de su pozos petrolíferos.

LA SELECCIÓN DE CARTERAS

- El inversor se enfrenta ante el problema de la elección de la combinación de títulos que mejor se adapte a sus objetivos:
  - ✓ Identificación de los activos específicos en los que invertir
  - ✓ Determinación de la proporción de presupuesto destinado a cada uno de ellos

- **Teoría de la Formación de Carteras**: analiza el comportamiento del inversor que desea optimizar sus decisiones de inversión en los mercados de capitales.
- Esta teoría se basa en el trabajo de Markowitz (1952). Plantea un modelo que recoge de manera explícita el comportamiento racional del inversor (maximizar la rentabilidad y minimizar el riesgo)
- Únicamente dos características de los títulos son relevantes para la estructuración de carteras:
  - ✓ Rendimiento esperado
  - ✓ Riesgo

RENTABILIDAD DE UN ACTIVO FINANCIERO

$$R_{it} = \frac{\textit{Beneficio}\ \text{obtenido}}{\text{Inversión realizada}} = \frac{\text{Valor final - Valor inicial}}{\text{Valor inicial}} = \frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}}$$

❑ En el caso concreto de un título de renta variable, su rentabilidad será:

$$R_i = \frac{P_{t+n} - P_t + Div}{P_t}$$

❑ Nos podemos encontrar con distinta información referida a la relación entre la rentabilidad de un activo financiero y el plazo temporal:

❑**Rentabilidad anualizada**: sirve para comparar títulos. Se trata de una equivalencia de tipo financiero.

$$(1 + R_{anual}) = (1 + R_k)^k \Rightarrow \ \mathrm{R}_{\text{anualizada}} = (1 + R_k)^k - 1$$

❑**Rentabilidad media durante el periodo:** la rentabilidad que por término medio ha ofrecido el título a lo largo del periodo.

$$R_{media} = \frac{\sum_{t=1}^{N} R_t}{N} = promedio\ \ (R_t)$$

RIESGO DE UN ACTIVO FINANCIERO

❑ A posteriori, la rentabilidad es una variable conocida con certeza, pero a priori es una variable aleatoria que depende de las expectativas. Puede tomar diferentes valores con unas probabilidades determinadas:

✓ **Rentabilidad esperada**: **Esperanza matemática**

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^{n} R_{ij} * P(R_j)$$

✓**Riesgo**: **Varianza**

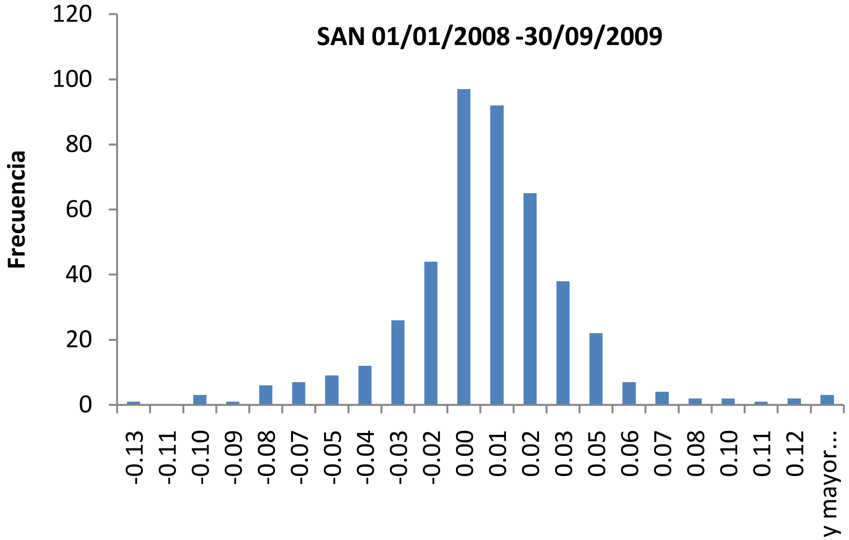
$$VAR(R_i) = \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{n} \left[R_{ij} - E(R_i)\right]^2 * P(R_j) \Rightarrow Desviación\,Típica = \sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$$

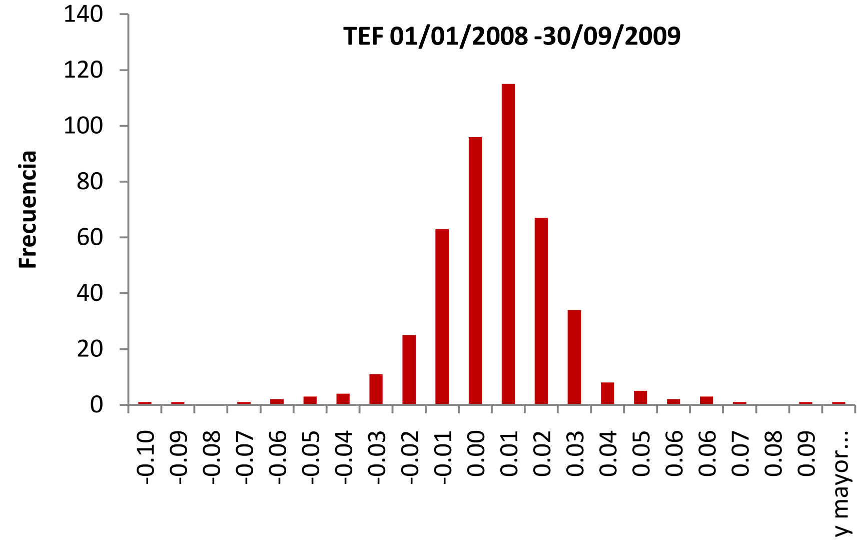
Para analizar el riesgo en términos anuales:

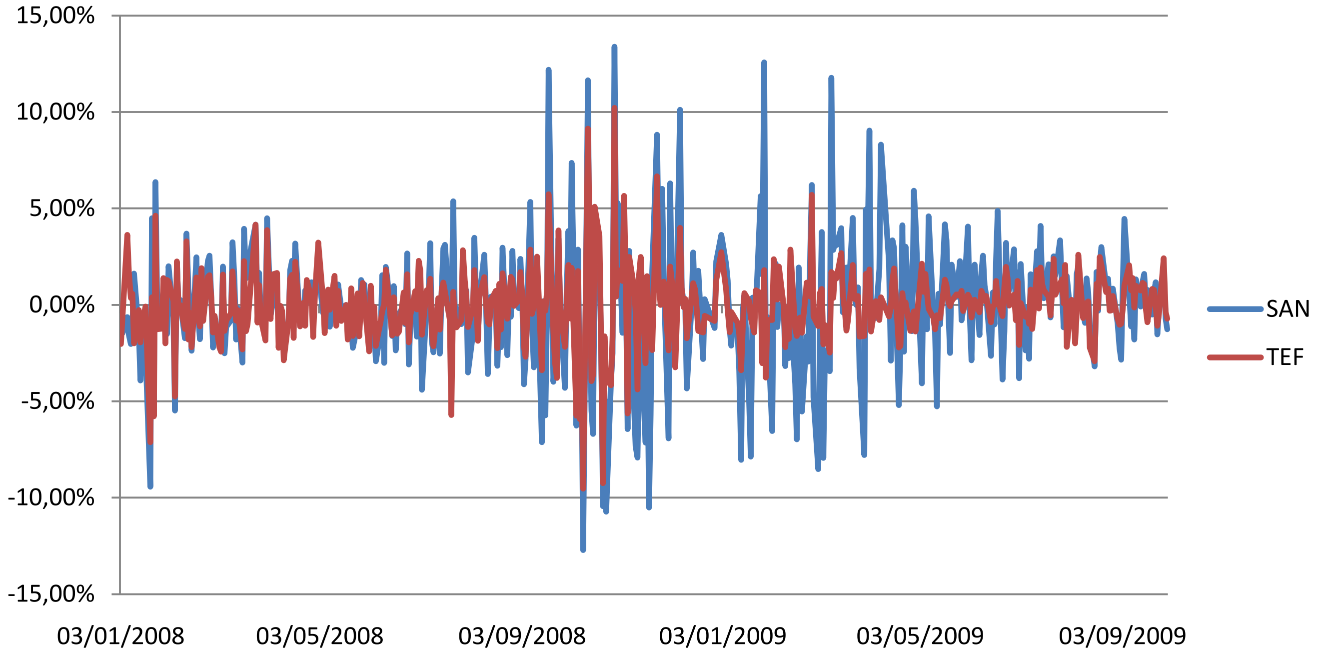
$$\text{Varianza anual} = \text{Varianza diaria} * 365 \Rightarrow \sigma^2_{\text{anual}} = \sigma^2_{\text{diaria}} * 365$$

$$\text{Desviación Típica anual} = \text{Desviación Típica diaria} * \sqrt{365} \Rightarrow \sigma_{\text{anual}} = \sigma_{\text{diaria}} * \sqrt{365}$$

RIESGO DE UN ACTIVO FINANCIERO







RENTABILIDAD Y RIESGO DE UNA CARTERA

- El **rendimiento esperado de una cartera** es la media ponderada de los rendimientos esperados de los títulos que la componen

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} X_i E(R_i)$$

$E(R_P)$: Rendimiento esperado de la cartera P
X_i: proporción invertida en el título i
$E(R_i)$: Rendimiento esperado del título i
n: número de títulos que forman la cartera

- El **riesgo de una cartera** viene determinado por la variación del rendimiento con respecto a su valor esperado y se estima a partir de la varianza o la desviación típica:

$$\sigma_P{}^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} X_i X_j Cov_{i,j}$$

$$Cov_{i,j} = \sum_{h=1}^{n} \left[R_{ih} - E(R_i)\right] * \left[R_{jh} - E(R_j)\right] * \mathrm{Pr}\,ob_h$$

σ_P^2: Varianza de la cartera P
σ_i^2: Varianza del título i
σ_i: Desviación típica del título i
ρ_{ij}: Coeficiente de correlación entre los rendimientos de los títulos i y j.
Covarianza$_{i,j}$: $\sigma_i \, \sigma_j \, \rho_{ij}$

- El riesgo de una cartera no depende sólo del riesgo de los títulos que la componen:
  - ✓Riesgo de cada título
  - ✓Proporción invertida en cada título
  - ✓Correlación entre los rendimientos de los títulos

EL MODELO MEDIA-VARIANZA DE MARKOWITZ

- Se trata de un modelo teórico del comportamiento normativo del inversor en su decisión de selección de carteras.

- Se concreta en un método de selección de carteras que trata de determinar cuál es la cartera óptima

- **Hipótesis de partida:**

  ✓**Comportamiento racional del inversor**. Elige la cartera que le proporcione el rendimiento esperado más alto

  ✓**Aversión al riesgo del inversor**. Prefiere la cartera que ofrezca el mínimo riesgo

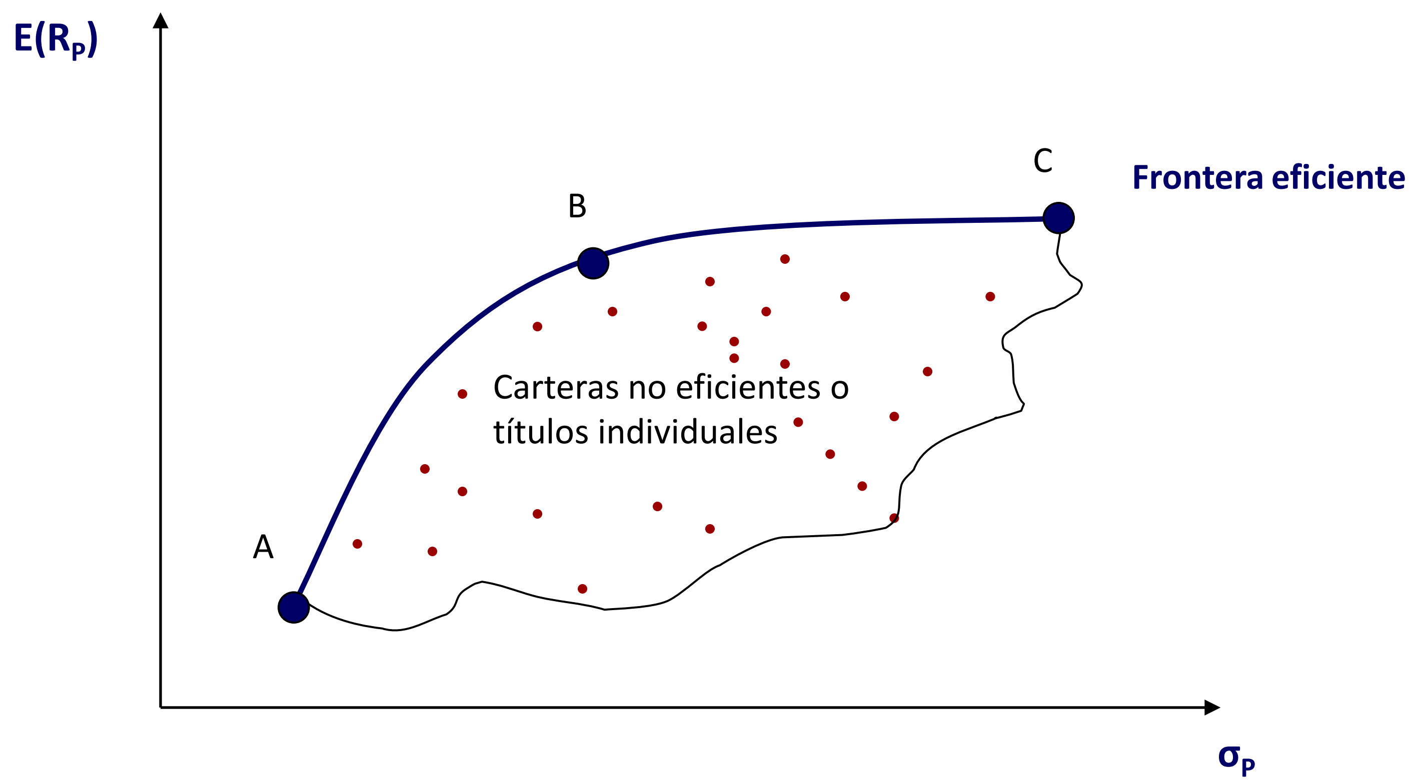
- Ofrece una consecuencia interesante que se deriva del concepto de **DIVERSIFICACIÓN:**

  ✓La combinación adecuada de los activos de una cartera puede reducir el Riesgo sin reducir necesariamente el Rendimiento

DETERMINACIÓN DEL CONJUNTO DE CARTERAS EFICIENTES

- Una **cartera es eficiente** cuando proporciona el máximo rendimiento para un riesgo determinado, o el mínimo riesgo para un nivel de rendimiento establecido

- El conjunto de carteras que cumplen esta condición forman la **“Frontera eficiente”.**



DETERMINACIÓN DEL CONJUNTO DE CARTERAS EFICIENTES

- La propuesta de Markowitz para identificar la frontera eficiente es a través de un modelo de programación cuadrática.

- El modelo trata de encontrar la proporción (X_i) a invertir en cada activo de forma que se minimice el riesgo medido por la varianza:

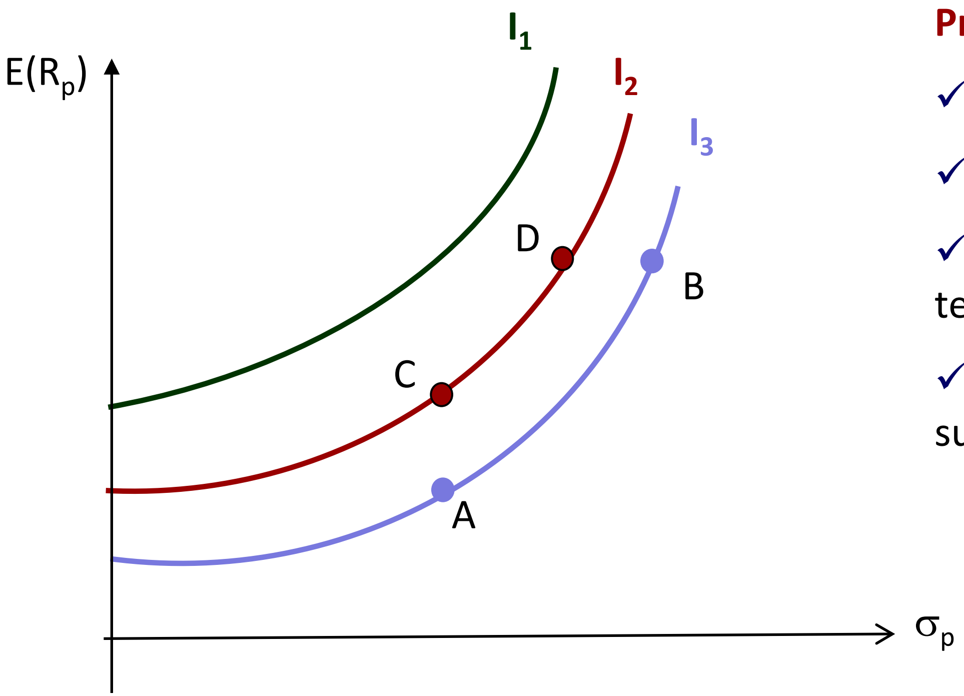
$$Min\sigma_P{}^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} X_i X_j \operatorname{cov}(R_{i,} R_j)$$

- Sujeto a las siguientes restricciones
  - ✓ **$E(R_P) = R^*_P$** (valor constante para el rendimiento esperado)
  - ✓ **$\Sigma X_i = 1$** (restricción presupuestaria)
  - ✓ **$X_i \geq 0$** (Condición de no negatividad)

SELECCIÓN DE LA CARTERA ÓPTIMA

- La elección de entre el conjunto de carteras eficientes dependerá de las preferencias en cuanto a rentabilidad y riesgo del inversor.

- Esto se representa a través de las curvas de indiferencia, que reflejan las combinaciones de rentabilidad-riesgo que le proporcionan la misma utilidad al inversor



Propiedades

✓Pendiente positiva (aversión al riesgo)

✓Forma cóncava

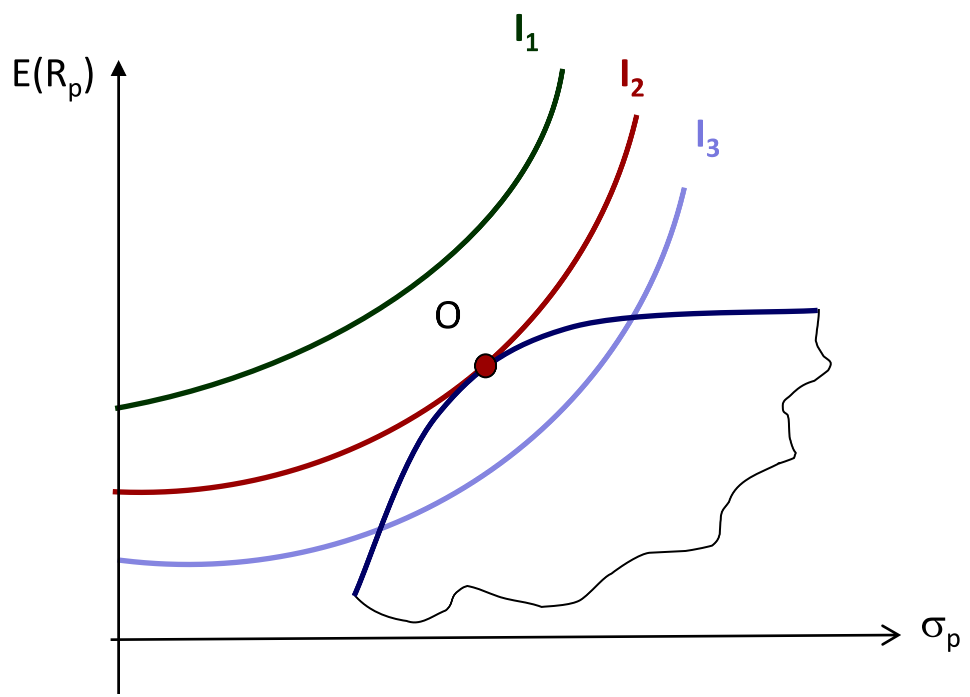
✓Nunca se cortan (una misma cartera no puede tener más de un grado de utilidad)

✓Las curvas más altas tienen un índice de utilidad superior

SELECCIÓN DE LA CARTERA ÓPTIMA

- La cartera óptima se define por el punto de tangencia entre la frontera eficiente y una curva de indiferencia.

- La frontera eficiente está determinada por el mercado y es la misma para todos los inversores pero las curvas de indiferencia se establecen de forma individual para cada inversor



COMBINACIÓN DE 2 ACTIVOS CON RIESGO

- Existe la oportunidad de invertir en dos activos, S y T, de tal forma que:
  - ✓ **$E(R_T) > E(R_S)$**
  - ✓ **$\sigma_T > \sigma_S$**
- Si denominamos X_T a la proporción invertida en el activo T:

✓**Rendimiento esperado de la cartera:**

$$E(R_P) = X_T E(R_T) + X_S E(R_S) = X_T E(R_T) + (1 - X_T) E(R_S)$$

✓**Riesgo de la cartera:**

$$\sigma_P^2 = X_T^2 \sigma_T^2 + (1 - X_T)^2 \sigma_S^2 + 2 X_T (1 - X_T) \text{Covarianza}(R_T, R_S)$$

$$\sigma_P^2 = X_T^2 \sigma_T^2 + (1 - X_T)^2 \sigma_S^2 + 2 X_T (1 - X_T) \rho_{T,S} \sigma_T \sigma_S$$

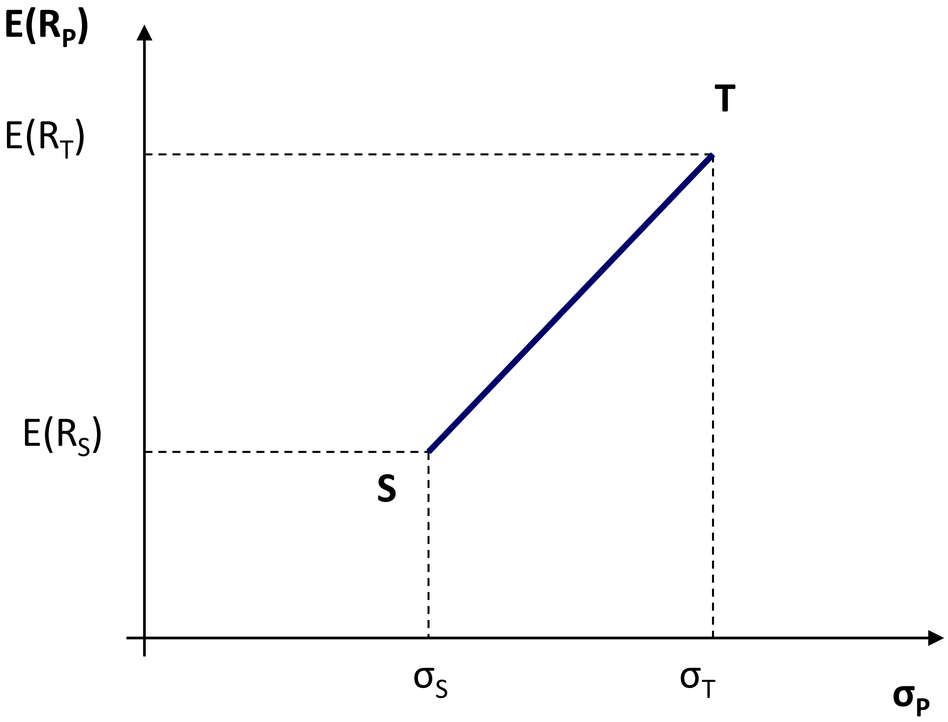
COMBINACIÓN DE 2 ACTIVOS CON RIESGO

Correlación perfecta positiva (ρ= 1)

- **Riesgo de la cartera:**

$$\sigma_P^2 = X_T^2\sigma_T^2 + (1-X_T)^2\sigma_S^2 + 2X_T(1-X_T)\sigma_T\sigma_S = (X_T\sigma_T + (1-X_T)\sigma_S)^2$$

$$\sigma_P = X_T\sigma_T + (1-X_T)\sigma_S$$



No es posible reducir el riesgo mediante diversificación

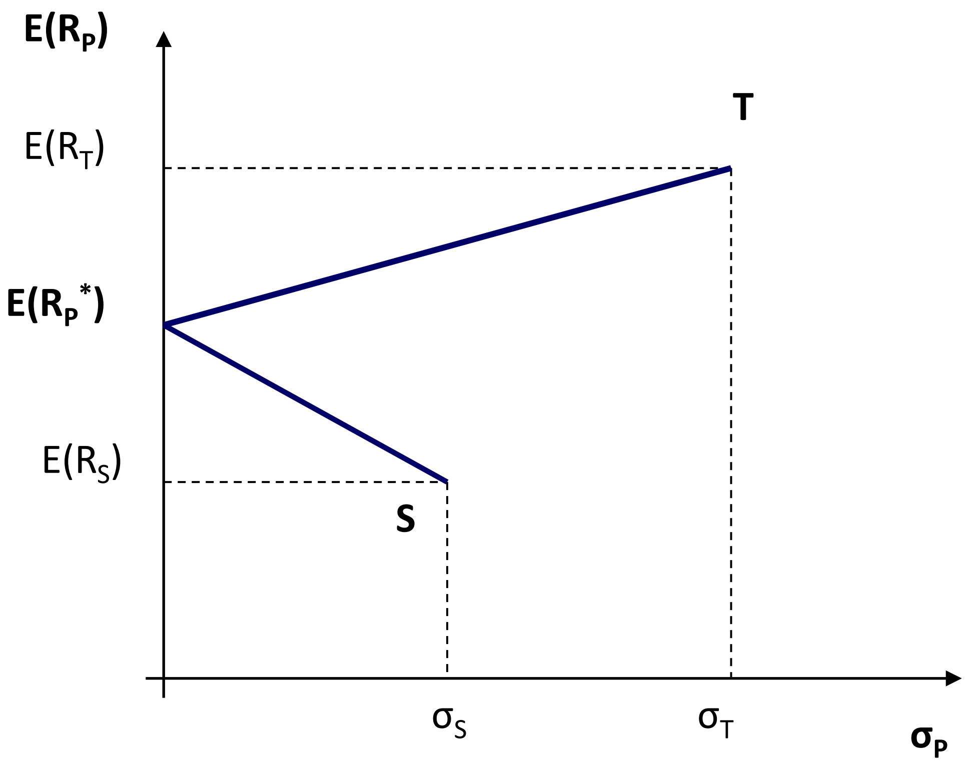
COMBINACIÓN DE 2 ACTIVOS CON RIESGO

Correlación perfecta negativa (ρ= -1)

- **Riesgo de la cartera:**

$$\sigma_P^2 = X_T^2\sigma_T^2 + (1-X_T)^2\sigma_S^2 - 2X_T(1-X_T)\sigma_T\sigma_S = (X_T\sigma_T - (1-X_T)\sigma_S)^2$$

$$\sigma_P = X_T\sigma_T - (1-X_T)\sigma_S$$



Es posible encontrar un valor de X_T para el que se anule la desviación típica σ_p

$\sigma_p = X_T\,\sigma_T - (1-X_T)\,\sigma_S = 0$

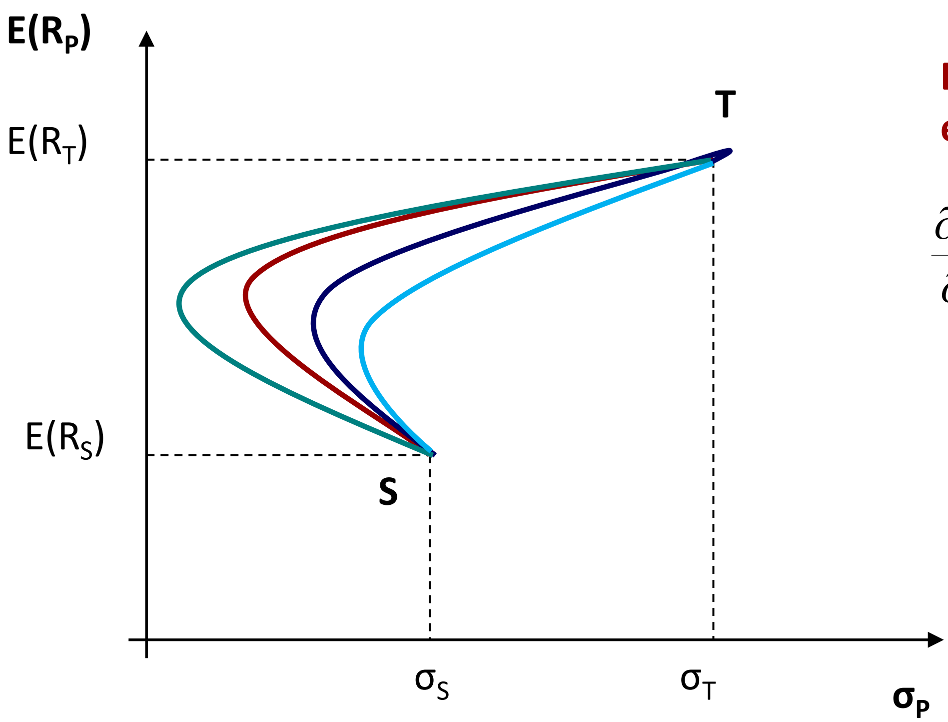
$$X_T = \frac{\sigma_S}{\sigma_S + \sigma_T}$$

COMBINACIÓN DE 2 ACTIVOS CON RIESGO

Caso general ($-1 \leq \rho < 1$)

- **Riesgo de la cartera:**

$$\sigma_P^2 = X_T^2\sigma_T^2 + (1 - X_T)^2\sigma_S^2 + 2X_T(1 - X_T)\sigma_{T,S}$$



Es posible encontrar un valor de X_T para el que el riesgo sea mínimo siempre que $-1 \leq \rho < 1$

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial x_T} = 2X_T\sigma_T^2 - 2(1 - X_T)\sigma_S^2 + (1 - 2X_T)2\sigma_{T,S} = 0$$

$$X_T = \frac{\sigma_S^2 - \sigma_{T,S}}{\sigma_T^2 + \sigma_S^2 - 2\sigma_{T,S}}$$

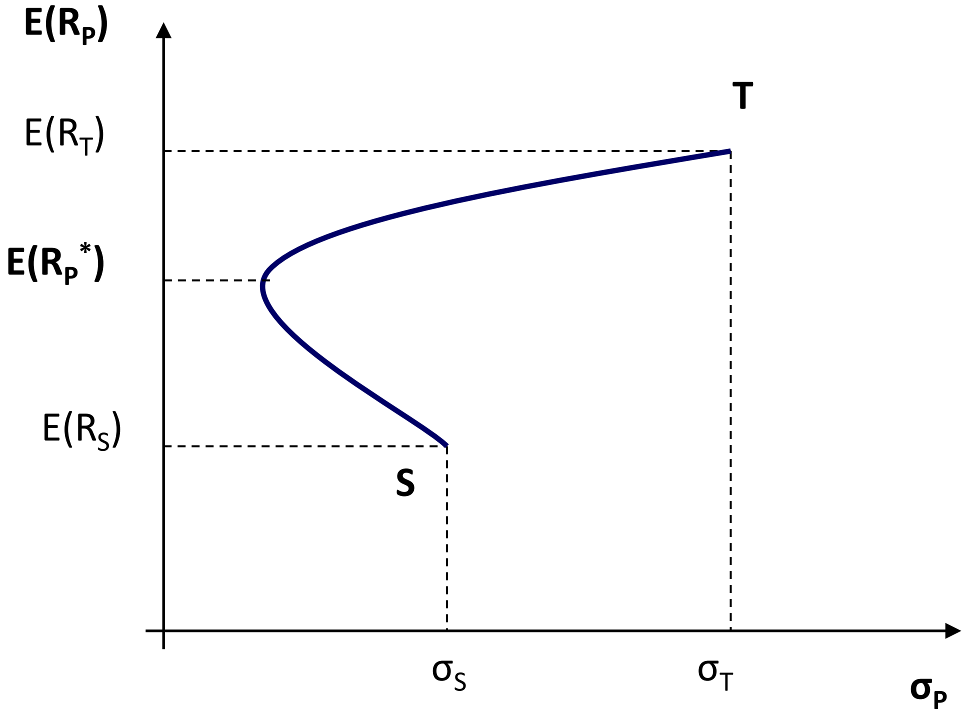
COMBINACIÓN DE 2 ACTIVOS CON RIESGO

No existe correlación entre los activos (ρ= 0)

- **Riesgo de la cartera:**

$$\sigma_P^2 = X_T^2\sigma_T^2 + (1 - X_T)^2\sigma_S^2 = X_T^2\sigma_T^2 + (1 + X_T^2 - 2X_T)\sigma_S^2$$

$$\sigma_P = \sqrt{(X_T^2\sigma_T^2 + (1 - X_T)^2\sigma_S^2)}$$

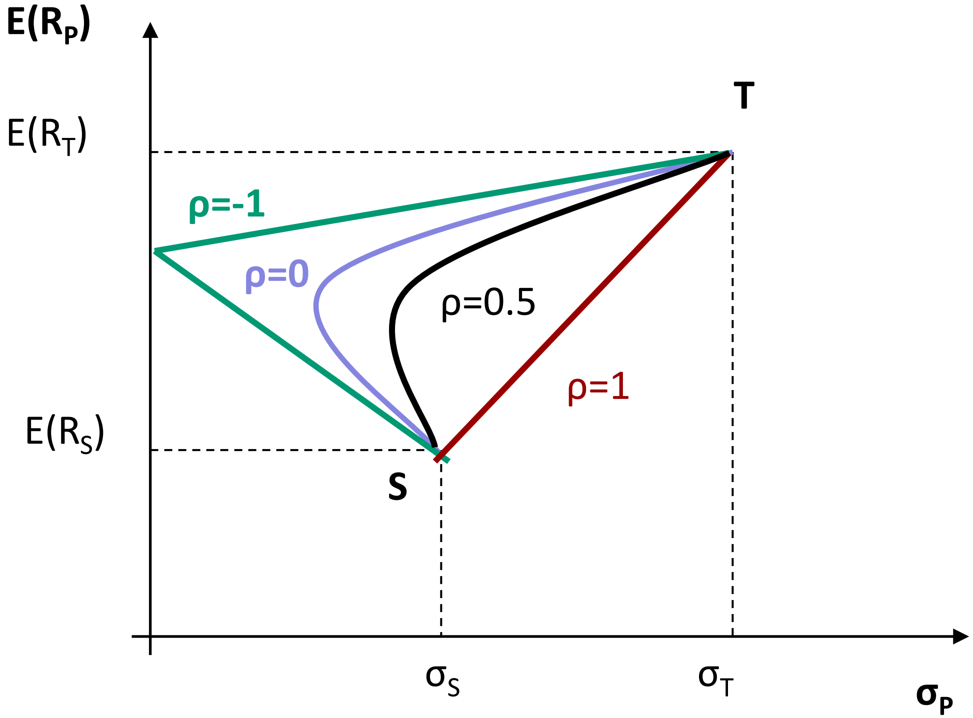


Es posible encontrar un valor de X_T para el que el riesgo sea mínimo

$$\frac{\partial \sigma_P{}^2}{\partial x_T} = 2x_T\sigma_T^2 + 2x_T\sigma_S^2 - 2\sigma_S^2 = 0$$

$$x_T = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2}$$

COMBINACIÓN DE 2 ACTIVOS CON RIESGO



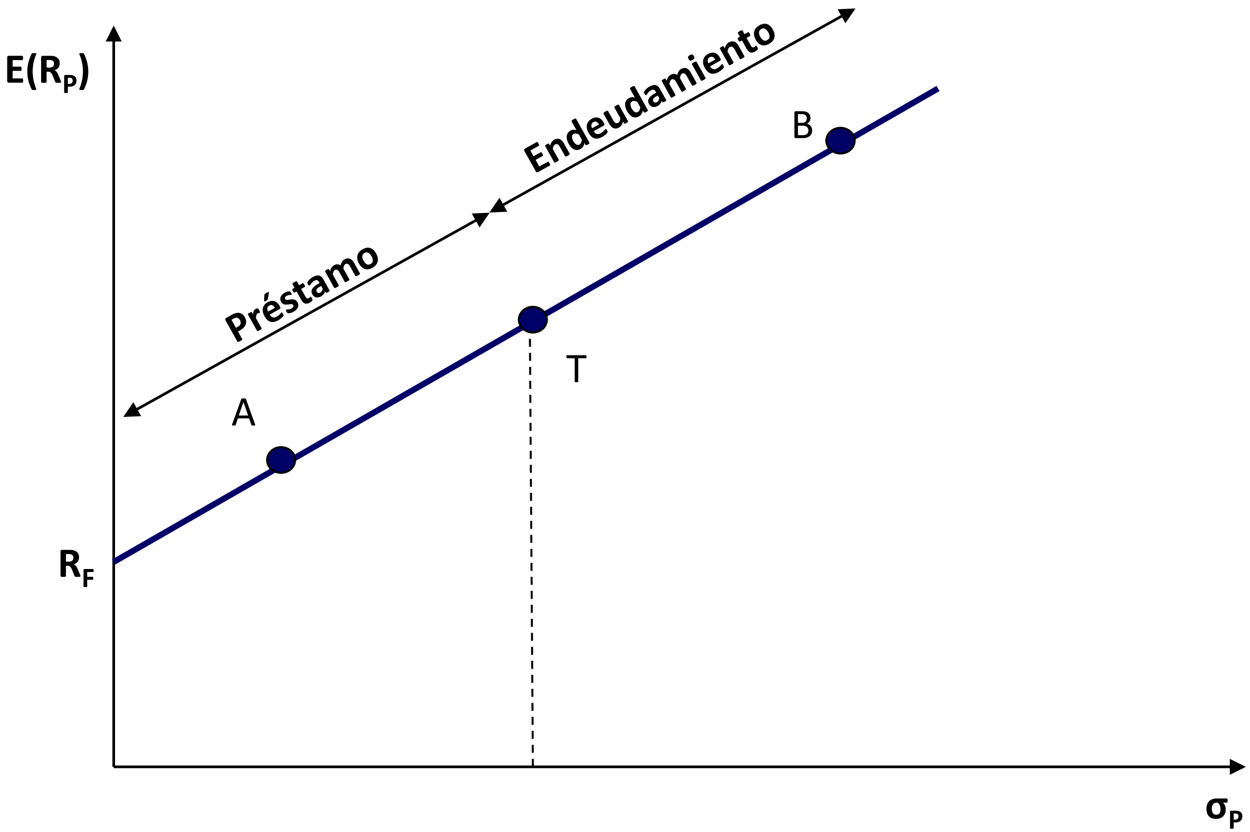
Coeficiente de correlación	Cartera de mínimo riesgo
Caso general (-1 ≤ ρ < 1)	$X_T = \frac{\sigma_S^2 - \sigma_{T,S}}{\sigma_T^2 + \sigma_S^2 - 2\sigma_{T,S}}$
Caso de riesgo cero (ρ = -1)	$X_T = \frac{\sigma_S}{\sigma_S + \sigma_T}$
Caso particular (ρ = 0)	$x_T = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2}$

CARTERAS CON PRÉSTAMO Y ENDEUDAMIENTO

❑ Tobin (1958) amplía el modelo de Markowitz mediante la inclusión de la posibilidad de prestar o endeudarse al mismo tipo de interés libre de riesgo R_F:

$$E(R_P) = X_F E(R_F) + (1 - X_F) E(R_T)$$

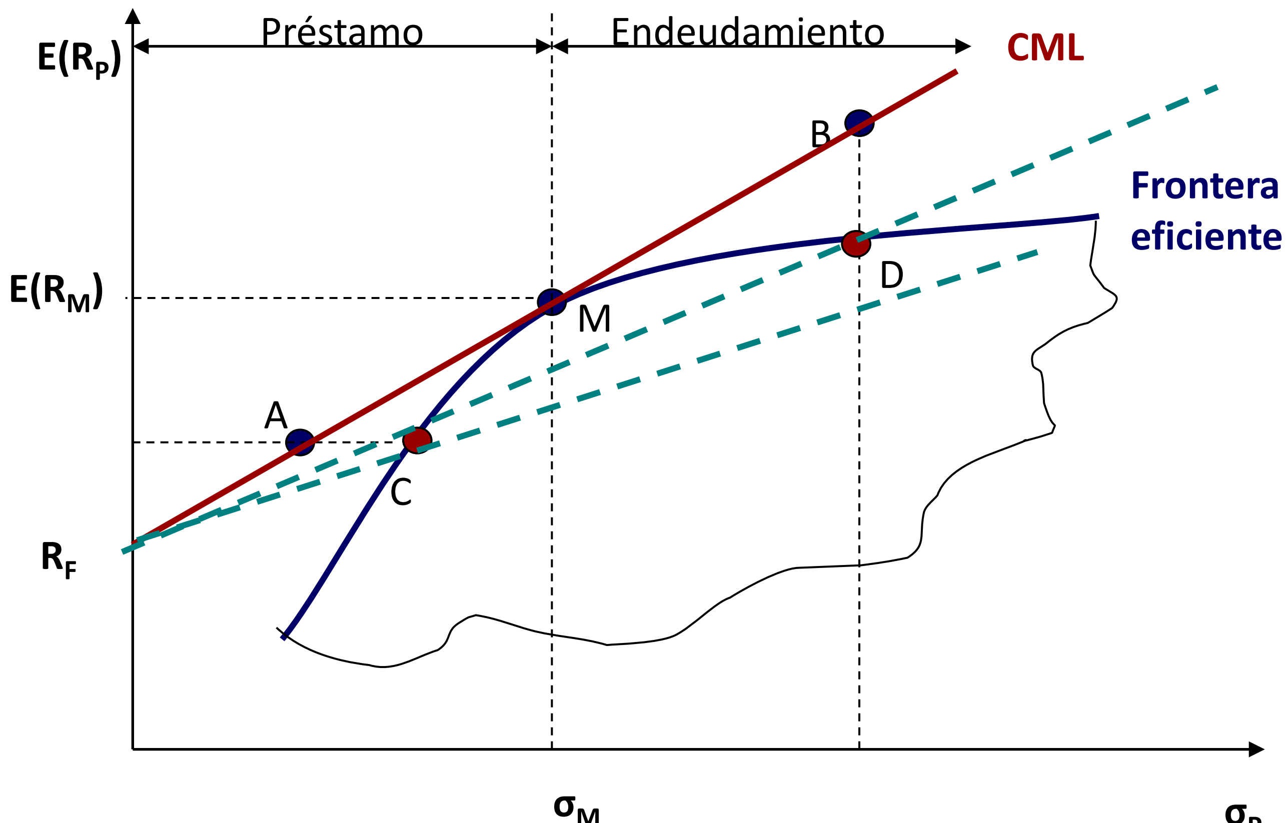
$$\sigma_P^2 = (1 - X_F)^2 \sigma_T^2 \rightarrow \sigma_P = (1 - X_F)\sigma_T$$



CARTERAS CON PRÉSTAMO Y ENDEUDAMIENTO

- Cuando no existe la posibilidad de préstamo-endeudamiento, la cartera seleccionada (dentro de la frontera eficiente) dependerá de las preferencias entre rendimiento y riesgo del inversor.

- Cuando se incluye la posibilidad de préstamo-endeudamiento (a R_F), la frontera eficiente es la línea tangente, que representa combinaciones entre diversos grados de préstamo-endeudamiento a un interés R_F y una cartera de activos con riesgo (M)



CARTERAS CON PRÉSTAMO Y ENDEUDAMIENTO

- **Teorema de la separación:** La elección de la cartera M (formada con activos con riesgo), que va a combinarse con el activo sin riesgo no depende de la actitud ante el riesgo de los inversores individuales, sino que es la misma para todos ellos.

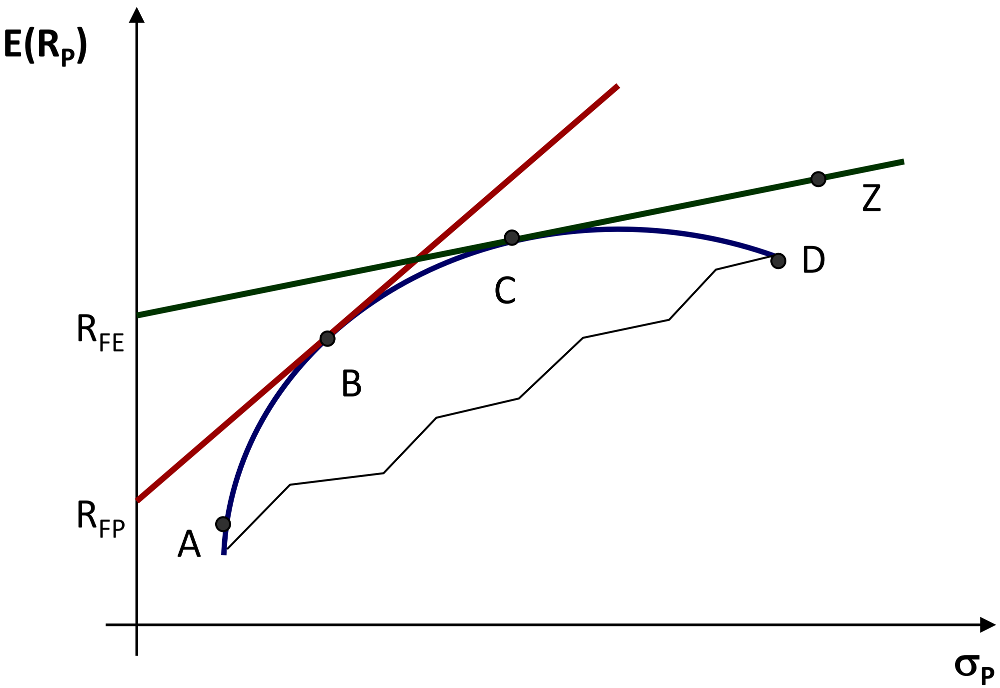
- Todo problema de inversión financiera se puede descomponer en dos partes:
  - ✓ Determinar la cartera de activos con riesgo óptimo, teniendo en cuenta las oportunidades de inversión del mercado
  - ✓ Determinar la proporción del presupuesto que se va a invertir en el activo con riesgo M y la cantidad que se va a prestar o pedir prestada en función de las preferencias individuales.

- El mero juego del mercado, en unas condiciones ideales de funcionamiento, llevará a que la composición de la cartera M coincida con la del mercado (todos los títulos del mercado en la misma proporción que representan en él)

CARTERAS CON PRÉSTAMO Y ENDEUDAMIENTO

- Hasta ahora se supone que el tipo de interés para el préstamo y el endeudamiento del inversor es el mismo (R_F). En realidad, es probable que el inversor no tenga acceso al endeudamiento a un mismo tipo de interés que el tipo libre de riesgo.

- Suponemos que existen dos tipos de interés sin riesgo en el mercado, uno para préstamo (R_{FP}) y otro para endeudamiento (R_{FE}), tal que $R_{FE} > R_{FP}$



- ✓Frontera eficiente de activos con riesgo: **ABCD**.
- ✓Frontera eficiente con préstamo: **R_{FP}B**.
- ✓Frontera eficiente con endeudamiento: **CZ**
- ✓**Línea del mercado de capitales (CML):**

R_{FP}B–BC–CZ